

POLITECNICO DI TORINO



Progettazione di veicoli aerospaziali

THALIA LAUNCH VEHICLE

Squadra S1

Relatori:

E. Carrera, A. Pagani, M. Enea

Anno Accademico 2020/2021

Autori

Ainardi Alessandro
Alleruzzo Gianluca
Alogna Giovan Battista
Altimare Davide
Amico Enrico
Amore Daniele
Amorosino Simone
Angelini Davide
Antetomaso Valentina
Antonino Simone
Arca Simone
Arizzi Marcello
Azzarelli Giuseppe
Babbini Francesco
Baldi Francesco
Baldon Cesare
Barberis Beniamino
Barca Emanuele
Barletta Stefano
Battaglia Francesco
Cisternino Luigi
Coco Stefano
Filippi Matteo
Guidi Manuel
Gutierrez Gabriel
La Bella Emanuela

Sommario

Questo documento delinea il concept di un lanciatore di tipo *heavy-lifter* per missioni all'interno del programma NASA *Artemis*, con particolare occhio al Lunar Gateway: lo scopo è ottenere un lanciatore capace del trasporto dei moduli di questa stazione spaziale in orbita lunare HALO.

Si è partiti dalla definizione dei requisiti fondamentali (ΔV e Payload) per poi procedere alla scelta di una configurazione ottimale e il suo dimensionamento preliminare. Terminato ciò si è provveduto all'imbastimento di una serie di analisi aerodinamiche, strutturali e propulsive, con il fine di verificare e validare le scelte progettuali ottenute in fase preliminare.

Il nome del lanciatore è THALIA e deriva dalla mitologia greca. Thalia era una musa che giurò fedeltà ad Artemis, dea greca della caccia nonché nome del programma spaziale in esame. Giurando fedeltà ad Artemis, Thalia divenne immortale.

Indice

1	Definizione della missione	1
2	Requisiti preliminari	2
2.1	Capacità di carico	2
2.2	ΔV di missione	3
3	Configurazione	4
3.1	Metodo dei moltiplicatori di Lagrange	4
3.1.1	Descrizione degli input	4
3.1.2	Analisi dei risultati	5
3.2	Analisi TOPSIS	6
3.2.1	Operabilità e manifatturabilità	7
3.2.2	Analisi dei costi	8
3.3	Scelta della configurazione	9
4	Dimensionamento preliminare del Lanciatore	11
4.1	Definizione diametri	11
4.2	Definizione altezze	13
4.3	Modello CAD	14
4.4	Confronto con la popolazione statistica	15
5	Revisione del dimensionamento	16
5.1	Trasferimento di impulso totale	17
5.2	Revisione dei parametri di progetto	18
5.3	Dimensionamento dei Solid Rocket Booster	18
5.4	Geometria del grano	19
5.5	Dimensionamento dell'ugello del SRB	22
5.5.1	Tratto convergente	22
5.5.2	Tratto divergente	23
5.5.3	Ugello completo	23
5.6	Confronto con il precedente design	24
6	Analisi aerotermodinamiche	25
6.1	Coefficiente di resistenza	25
6.2	Flusso di calore	27
7	Calcolo della Traiettoria di lancio	29
7.1	Calcolo del tempo necessario alla manovra	30
7.2	Traiettoria risultante	30
7.2.1	Aspetti dinamici e cinematici	31
7.3	Calcolo delle capacità di carico per altri tipi di missione	33
8	Analisi strutturale	34
8.1	Definizione delle soluzioni strutturali	34
8.2	Analisi statistica dei materiali	35
8.3	Definizione dei carichi applicati	36

8.4	Analisi a compressione uniassiale	37
8.5	Scelta finale	39
8.6	Carichi da lancio	41
9	Riepilogo	44
	Riferimenti bibliografici	46
	Appendici	48
A	Calcolo del ΔV per l'inserimento in NRHO	48
B	Moltiplicatori di Lagrange	51
C	Dimensionamento	54
D	Aerotermodinamica	56
	D.1 Aerodinamica	56
	D.2 Termodinamica	59

1 Definizione della missione

Visto il rinnovato interesse degli ultimi anni in missioni spaziali legate all'esplorazione lunare da parte di enti pubblici e privati, si è deciso di concentrare l'attenzione sullo sviluppo di un lanciatore che possa essere utilizzato in questo tipo di missioni. Si è scelto quindi di avere una proposta in grado di inserirsi all'interno del programma Artemis, in particolar modo nell'assemblaggio della stazione spaziale Lunar Gateway.

Il **Lunar Orbital Platform Gateway** (noto precedentemente come *Deep Space Gateway*) è una stazione spaziale cislunare pianificata da NASA, ROSCOSMOS, ESA e JAXA, la cui costruzione è prevista a partire dal 2024. Come la ISS, questa stazione sarà di tipo modulare, lanciata a blocchi e assemblata in loco. L'orbita prevista è detta **NRHO** (*Near-Rectilinear Halo Orbit*): essa è una particolare orbita tridimensionale, distante dalla Terra circa 38 mila chilometri (a confronto la *ISS* è a "soli" 420 km), ed è tale da prevedere anche un moto di rivoluzione attorno alla Luna: rispetto al nostro satellite avrà un perilunio di circa 3 mila chilometri ed un apolunio di 70 mila chilometri, con un periodo di circa una settimana. Quest'orbita è particolarmente adatta per minimizzare l'energia necessaria al trasporto delle capsule dalla Terra alla Luna.

La stazione spaziale avrà il compito di supportare l'esplorazione umana e robotica dello spazio profondo, in particolar modo verso la Luna e Marte: essa si troverà in un'orbita particolarmente adatta per stazionamento, rifornimento e riparazione dei veicoli spaziali da/per il suolo lunare e oltre. La posizione è anche ottimale per lo svolgimento di numerosi studi scientifici, tra cui osservazioni astronomiche: a tal proposito è già stato inserito l'esperimento **ERSA** (*European Radiation Sensors Array*) all'interno del primo modulo da portare in orbita (il *PPE*), il cui scopo è lo studio delle particelle ad alta energia e della loro interazione con strumentazioni ed esseri viventi.

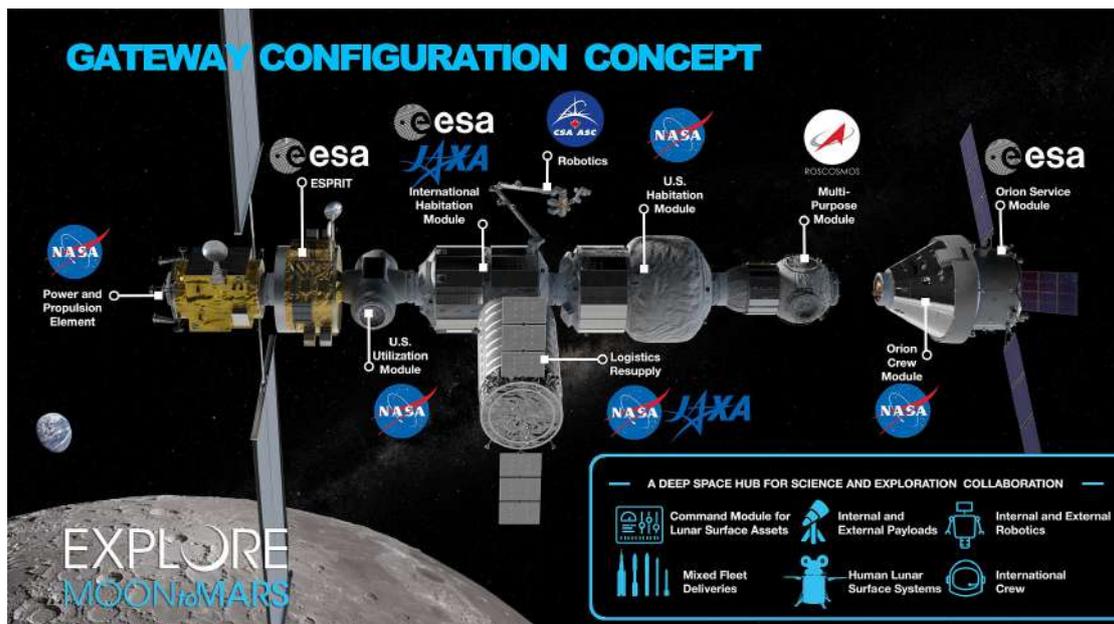


Figura 1: Concept della configurazione del Lunar Gateway.

2 Requisiti preliminari

Prima di avanzare nella progettazione del lanciatore è necessaria la definizione di alcuni requisiti preliminari: capacità di carico e stima del ΔV di missione.

2.1 Capacità di carico

La composizione della stazione spaziale si basa attualmente su 7 moduli principali, da assemblare in orbita lunare attraverso più lanci:

- **Power and Propulsion Element (PPE)**: modulo progettato per produrre energia (circa 50 kW) tramite pannelli fotovoltaici e per fornire propulsione ionica. La sua costruzione è stata affidata nel 2019 alla Maxar Technologies.
- **European System Providing Refuelling, Infrastructure and Telecommunications (ESPRIT)**: serbatoio per xenon e idrazina, oltre che uno dei punti di attracco per le navicelle di carico. La sua progettazione è stata affidata in parallelo ad Airbus e Thales Alenia Space.
- **Utilization Module**: fornirà spazio aggiuntivo e formerà un primo modulo abitativo di 55 m³. Basato sul velivolo spaziale *Cygnus* (con aggiunta di radiatori, antenne, batterie e punti di aggancio), dovrà garantire supporto all'equipaggio per un tempo continuativo di almeno un mese.
- **International Habitation Module (I-HAB)**: modulo abitativo internazionale utilizzato per le missioni con equipaggio; costituisce anche un punto di attracco per altri moduli. All'interno sono previsti spazi notte, cucina, spazi per esercizio fisico e le postazioni di lavoro.
- **U.S. Habitation Module (U.S. HAB)**: sezione statunitense del modulo abitativo, con circa 125 m³ di volume abitabile.
- **Gateway Logistic Modules**: moduli di rifornimento; il progetto prevede attualmente una capacità di carico pressurizzato di circa 7600 kg.
- **Gateway Airlock Module**: forniti dalla Russia, saranno gli airlock da utilizzarsi durante gli EVA.

Le caratteristiche dei moduli previsti per la stazione orbitante conducono alla formulazione del primo requisito fondamentale:

- *Il lanciatore deve garantire con successo l'immissione in un'orbita TLI (Trans-Lunar Injection) di una massa di **10000 kg**.*

La scelta del valore di 10000 kg deriva da una maggiorazione della massa massima prevista per un modulo della stazione lunare, quantificata nei 7600 kg circa di carico. Si prevede in questo modo di poter utilizzare il lanciatore sia in fase di assemblaggio che di rifornimento della stazione.

2.2 ΔV di missione

Il lanciatore proposto raggiungerà l'orbita NRHO attraverso tre fasi principali:

- lancio e raggiungimento di una orbita di parcheggio;
- trasferimento di Hohmann per raggiungere lo spazio lunare;
- inserimento definitivo in orbita NRHO.

Il requisito si formula nel seguente modo:

- *Il lanciatore deve essere in grado di garantire un ΔV pari a **13.7 km/s** per il raggiungimento degli obiettivi di missione, così ripartiti:*
 - *9 km/s per il raggiungimento dell'orbita terrestre bassa (LEO);*
 - *3.1 km/s per il trasferimento TLI (Trans-Lunar Injection);*
 - *1.6 km/s per l'inserimento in orbita NRHO.*

Questo valore nasce da una analisi preliminare della meccanica orbitale legata alla missione, presente in APPENDICE A.

3 Configurazione

In primo luogo è stata raccolta una [popolazione statistica](#) dei lanciatori capaci di sostenere la nostra missione; quelli di dimensione più ridotta sono stati considerati come termine di paragone.

Le caratteristiche prese in considerazione nell'analisi sono:

- Numero stadi e masse relative;
- Tipologie di propellente e masse relative;
- Eventuale presenza di booster;
- Rapporti $\frac{m_{pbooster}}{m_{pstage_1}}$;
- Rapporti strutturali.

3.1 Metodo dei moltiplicatori di Lagrange

Al fine di ottenere una configurazione ottimale, è stato implementato il metodo dei moltiplicatori di Lagrange (APPENDICE B). Tale metodo fornisce in output i valori ottimizzati di massa al decollo e di propellente di ogni singolo stadio, compresi i booster, avendo in input:

- Massa di payload;
- ΔV di missione;
- Numero di stadi;
- Impulsi specifici di ogni stadio;
- Rapporti strutturali.

I primi due corrispondono ai requisiti richiesti, gli altri sono stati stimati sulla base della popolazione statistica raccolta.

3.1.1 Descrizione degli input

Nella *Tabella 1* sono raccolti i dati necessari per l'applicazione dei moltiplicatori. Sono innanzitutto raccolte le informazioni riguardanti numero di stadi (N_s) e propellente che li alimenta (*Propellente*); è riportato anche il numero di booster della configurazione (N_b), quando presenti, il cui propellente è sempre stato considerato solido per la maggior compattezza al lancio. La presenza del booster è stata presa in considerazione nell'analisi attraverso l'introduzione di uno stadio fittizio costituito *core + booster*, che viene poi "sganciato" una volta completata la combustione del grano solido (+1 nella colonna degli stadi), lasciando solo il core; la velocità di scarico di questo primo stadio fittizio è quindi la media pesata dei valori

dei suoi componenti, per poi portarsi al valore del solo core una volta avvenuto lo "sgancio".

$$c_0 = \frac{c_{0b} \cdot \frac{m_b}{m_{core}} + c_{0core}}{\frac{m_b}{m_{core}} + 1}$$

Dove, attraverso l'analisi della popolazione statistica, si è ricavato che il rapporto $\frac{m_b}{m_{core}}$: per configurazioni a 2 booster è circa 4, mentre per quelle a 4 booster 8.

A seguire sono inseriti gli impulsi specifici in $[s]$ dei vari stadi: il primo stadio fittizio è considerato al *sea level* (I_{sp1}) ed è la media pesata tra il valore del Core (indicato in tabella dalla colonna I_{spI}) e dei Booster; avvenuto lo sgancio di questi ultimi si considera l'impulso specifico nel vuoto del solo core (I_{sp2}): approssimazione che nasce dal considerare il distacco dei booster a quote piuttosto elevate. Sono ancora considerati i valori di impulso specifico del secondo stadio (I_{sp3}) e dei rapporti $\frac{massa_strutturale}{massa_totale}$ dei vari stadi (ε_1 stadio fittizio, ε_2 primo stadio e ε_3 secondo stadio).

Configuration	Propellants	N_s	N_b	$\frac{mp_b}{mp_{s1}}$	I_{sp1}	I_{sp2}	I_{sp3}	I_{spI}	ε_1	ε_2	ε_3
1	LOX/LH2 LOX/LH2	2	0	-	390	412	-	390	0,076	0,760	-
2	Met/LOX LOX/LH2	2	0	-	375	412	-	375	0,100	0,100	-
3	LOX/LH2 LOX/LH2	2+1	2	4	296	412	412	390	0,095	0,076	0,12
4	LOX/LH2 LOX/LH2	2+1	4	8	286	412	412	390	0,097	0,076	0,12
5	RP-1/LOX LOX/LH2	2+1	2	4	279	311	412	301	0,110	0,150	0,12
6	RP-1/LOX LOX/LH2	2+1	4	8	276	311	412	301	0,106	0,150	0,12
7	Met/LOX LOX/LH2	2+1	2	4	293	311	412	375	0,100	0,100	0,12
8	Met/LOX LOX/LH2	2+1	4	8	284	311	412	375	0,100	0,100	0,12
9	RP-1/LOX RP-1/LOX	2+1	2	4	279	311	311	301	0,100	0,100	0,12
10	RP-1/LOX RP-1/LOX	2+1	4	8	276	311	311	301	0,100	0,100	0,12
11	Met/LOX Met/LOX	2+1	2	4	285	375	375	334	0,100	0,100	0,12
12	Met/LOX Met/LOX	2+1	4	8	280	375	375	334	0,100	0,100	0,12

Tabella 1: Input del metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Nella colonna relativa ai propellenti, la riga superiore indica il primo stadio, quella inferiore il secondo stadio.

3.1.2 Analisi dei risultati

In figura 2 sono rappresentati i risultati in termini di massa al decollo e massa di propellente.

A parità di ΔV e $m_{payload}$ richiesti, è interessante osservare alcune differenze nelle configurazioni in base al tipo di propellente: in termini di massa, risultano migliori quelle che utilizzano LOX/LH2 in entrambi gli stadi; RP-1/LOX pare essere invece

la combinazione più svantaggiosa (è il propellente con il minor impulso specifico tra quelli presi in considerazione, che si traduce in un aumento di massa per garantire le stesse prestazioni). Evidente inoltre, come la presenza del booster permetta di ridurre notevolmente la massa totale al decollo, con risparmi in termini di costo e di complessità di progettazione.

Il numero di booster non sembra avere una correlazione stretta con la diminuzione di massa, anzi, ad eccezione della configurazione doppio LOX/LH2, la soluzione quattro booster risulta avere massa maggiore dell'analoga a due soli booster; bisogna comunque notare l'influenza nella ripartizione tra core e booster stessi: nonostante la massa totale al decollo sia maggiore, la massa del core stadio risulta inferiore all'aumentare dei razzi di supporto.

	LOX/LH2 LOX/LH2	Met/LOX LOX/LH2	LOX/LH2 LOX/LH2 2 boost	LOX/LH2 LOX/LH2 4 boost	RP-1/LOX LOX/LH2 2 boost	RP-1/LOX LOX/LH2 4 boost	Met/LOX LOX/LH2 2 boost	Met/LOX LOX/LH2 4 boost	RP-1/LOX RP-1/LOX 2 boost	RP-1/LOX RP-1/LOX 4 boost	Met/LOX Met/LOX 2 boost	Met/LOX Met/LOX 4 boost
MASSA AL DECOLLO	1278214,70	2171245,41	907682,16	933925,66	2138010,98	2137878,94	1912565,84	2009936,90	4592363,64	4692788,93	1537088,49	1573200,48
MASSA PRIMO STADIO	1185874,18	2028163,33	474879,96	481057,65	844806,88	696072,21	692751,58	614300,16	1432432,57	1116901,35	659428,36	595530,33
MASSA SECONDO STADIO	82340,52	133082,08	41107,76	44181,52	72556,84	72199,07	65077,71	67914,14	58134,14	57050,31	45425,05	48932,25
MASSA BOOSTERS	—	—	381694,44	398686,49	1210647,25	1357607,66	1144736,56	1317722,60	3093796,93	3508837,27	822235,08	920737,90
MASSA PROPELLENTE PRIMO STADIO	1095747,74	1825347,00	438789,08	444497,27	756887,12	631722,16	633234,04	563660,18	1305004,91	1021490,34	604378,40	547507,81
MASSA PROPELLENTE SECONDO STADIO	72459,66	117112,23	36174,83	38879,74	63850,02	63535,18	57268,38	59764,45	49398,04	50204,27	39974,04	41300,38
MASSA PROPELLENTE BOOSTER	—	—	343525,00	358817,84	1089582,53	1221846,89	1030262,90	1185950,34	2784417,24	3157953,54	740011,57	828664,11

Figura 2: Output del metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

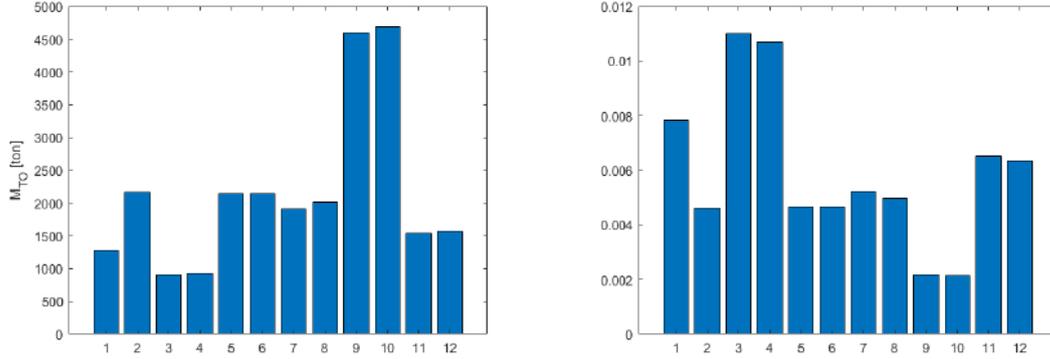
3.2 Analisi TOPSIS

La scelta della configurazione più adatta è stata finalizzata con l'aiuto del metodo *TOPSIS* (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*)^[2]. Questo è un metodo **MADM** (*Multiple Attribute Decision Making*) che viene utilizzato per individuare una soluzione ideale tra un insieme di alternative valutate da n criteri. L'alternativa selezionata dal metodo TOPSIS sarà quella a distanza minima dalla soluzione ideale e massima dalla peggiore.

I parametri che si sono decisi di tenere in considerazione sono:

- Massa al decollo;
- Payload ratio;
- Indice di operabilità e manifatturabilità;
- Indice di costo.

I primi due sono noti dai calcoli precedenti, mentre l'indice di operabilità e manifatturabilità e l'indice di costo sono stimati successivamente.



(a) Masse al decollo delle configurazioni considerate (b) Payload ratio delle configurazioni considerate

Figura 3: Per la numerazione delle configurazioni si rimanda alla tabella 1

3.2.1 Operabilità e manifatturabilità

L'indice di operabilità e manifatturabilità quantifica la complessità di produzione, gestione e manipolazione del propellente. Al propellente solido, più facile da trattare, viene associato il valore linguistico *very high*. L'idrogeno, liquido criogenico, è invece quello più complicato da manipolare: ad esso è associato il valore linguistico *poor*.

Propellant	Linguistic variable	Crisp number
LH2/LOX	Poor	2
Met/LOX	Medium	4
RP-1/LOX	High	6
Solid	Very high	8

Tabella 2: Quantizzazione delle variabili linguistiche.

La quantizzazione delle variabili linguistiche è fatta ricorrendo ai numeri di *Crisp*: i numeri scelti sono pari da 2 a 8 in modo che il numero più piccolo sia equivalente a *poor* ed il più grande a *very high* (Tabella 2). La scelta dello scarto pari a 2, è stata fatta per creare una differenza non eccessiva tra il valore massimo e quello minimo: in questo modo l'effetto diventa importante, ma non predominante.

Una volta quantizzati i parametri qualitativi, l'indice di operabilità è ottenuto con una media aritmetica, arrotondata all'intero più vicino, dei CRISP di ogni propellente incluso nella configurazione. Ad esempio, la configurazione che sfrutta RP-1/LOX nel primo stadio, LH2/LOX nel secondo stadio e propellente solido nei booster avrà un indice pari a:

$$i_{operability} = \frac{6 + 2 + 8}{3} = 5.33 \approx 5$$

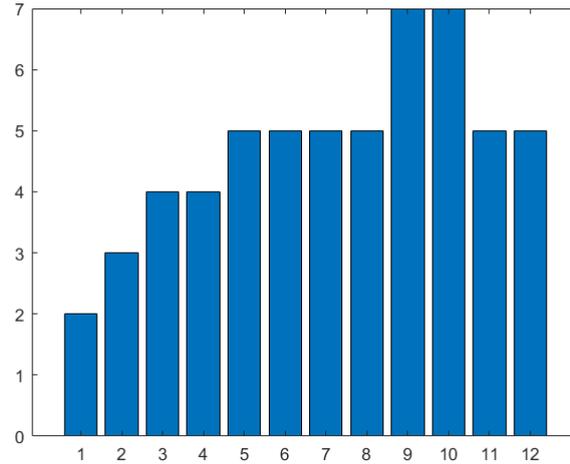


Figura 4: Indici di operabilità delle configurazioni considerate.

3.2.2 Analisi dei costi

La formulazione è basata su un metodo di stima del costo degli stadi del lanciatore Ariane 5, il TRANSCOST MODEL V7.2 [12].

Il costo di sviluppo dei macro-sistemi del lanciatore (stadi, booster, engine) è stimato attraverso il *MAN-YEAR* ('MY'), un parametro indicativo del tempo pro-capite necessario alla realizzazione del componente.

Le relazioni per la stima della massa dello stadio (di cui si escludono motori e propellente, riferendosi quindi alla sola massa *dry*) sono state sviluppate per via statistica come "*best fit*" dei dati disponibili per i veicoli sviluppati nell'arco temporale 1960 – 2006.

Tali relazioni, dette CER (Cost Estimating Relationships), sono completate con l'aggiunta di coefficienti correttivi per tenere conto dei fattori tecnici e organizzativi coinvolti. I coefficienti tenuti in considerazione sono:

- f_0 : "Coefficiente Integrazione Sistemi" di valore 1.04^n , dove n è il numero degli stadi;
- f_1 : "Technical Development Status" ovvero il grado di complessità del sistema in progettazione. Si è scelto di assegnarne il valore unitario in quanto si considerano tecnologie già ampiamente diffuse e validate (progetto standard);
- f_3 : "Team Experience Factor" ovvero il livello tecnico e di qualifica del team incaricato della realizzazione del sistema. Si è assegnato un valore di 0.9 (team di alta esperienza);
- f_8 : "Fattore Produttività Europea" rappresenta un ammortizzamento del costo di produttività (nel caso in cui venga scelto di affidare la realizzazione ad aziende europee).

Sono proposte due "CER", in base al tipo di stadio considerato:

- Stadi a propellente solido:

$$C_{s,b} = 10.4 \cdot (M_{booster}^{0.60} \cdot f_1 \cdot f_3)$$

- Stadi a propellente liquido:

$$C_{sl} = 100 \cdot f_1 \cdot f_3 \cdot M_{stadio}^{0.555}$$

Il costo totale per il vettore è ottenuto dalla somma dei singoli stadi per gli ultimi coefficienti correttivi:

$$C_{conf} = \left(\sum C_{sl} + \sum C_{s,b} \right) \cdot f_0 \cdot f_8$$

I risultati per ogni configurazione sono stati poi raccolti in un apposito istogramma e convertiti in termini economici; nel nostro caso si è scelto di rimanere in MAN-YEAR, ritenendo molto più vantaggiosa questa formulazione. Infatti, in questo modo si escludono i fattori puramente economici (inflazione e tassi di cambio per citarne alcuni), che esulano dall'obiettivo di questo documento.

A titolo di esempio riportiamo comunque i valori di conversione del 2014 [26]:

$$1MY = 328700 \$ = 292400 € = 32.8 \cdot 10^6 ¥$$

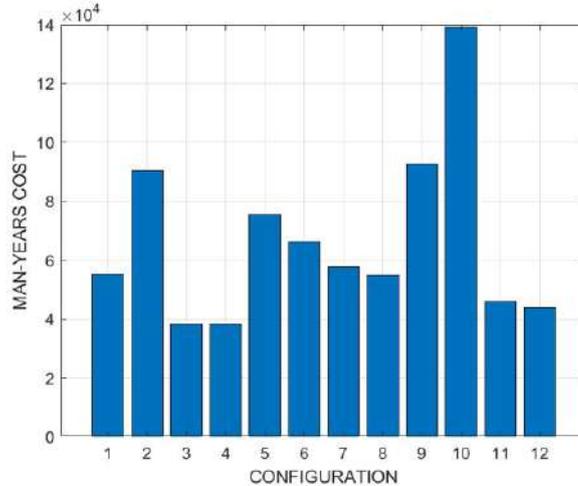


Figura 5: Indici di costo delle configurazioni considerate.

3.3 Scelta della configurazione

I risultati dell'analisi TOPSIS sono riportati in Tabella 3.

Le configurazioni classificate in prima e seconda posizione sono composte da due stadi LOX/LH2, entrambe con ausilio di booster. Esse erano già le migliori configurazioni sia in termini di massa che di costi, nonostante la peggior operabilità del propellente. Inoltre, le configurazioni hanno un payload ratio di circa $11 \cdot 10^{-3}$, di

gran lunga superiore rispetto alle altre proposte valutate.

Al terzo e al quarto posto si sono posizionate le configurazioni innovative che utilizzano in toto la combinazione di ossigeno e metano (come il Raptor dell'azienda SpaceX): questo idrocarburo è una via di mezzo tra l'idrogeno e il propellente RP-1 a livello di prestazioni, operabilità e costi. Lo svantaggio attuale di queste soluzioni alternative è dato principalmente dal fatto di essere ancora allo stadio prettamente sperimentale: probabile che con la maturazione della tecnologia queste soluzioni potranno diventare quelle dominanti nel mercato.

Le configurazioni che utilizzano RP-1/LOX in entrambi gli stadi si classificano agli ultimi posti: sono quelle dal migliore indice di operabilità, ma le loro scarse prestazioni propulsive si rispecchiano in una massa al decollo ed un costo aumentati in modo evidente (quasi il doppio delle configurazioni LOX/LH2).

Si è scelto quindi di procedere nello sviluppo della configurazione classificatasi al primo posto: **due stadi LOX/LH2 con due booster a propellente solido**. Da notare come questa scelta sia supportata dall'osservazione dei vettori già esistenti: molti lanciatori rispettanti i nostri requisiti di missione presentano questa configurazione (Ariane, Delta IV Heavy, Falcon Heavy, SLS).

Configuration	Propellants	Lift - off mass [kg]	Payload Ratio	Operability	Cost [MY]	Ranking
1	LOX/LH2-LOX/LH2	1278215	0.00782	2	49868.38	6
2	Met/LOX-LOX/LH2	2171245	0.00461	3	77004.96	10
3	LOX/LH2-LOX/LH2	907682	0.01102	4	35127.80	1
4	LOX/LH2-LOX/LH2	933926	0.01071	4	35596.04	2
5	RP-1/LOX-LOX/LH2	2138011	0.00468	5	58352.14	9
6	RP-1/LOX-LOX/LH2	2137879	0.00468	5	52609.31	8
7	Met/LOX-LOX/LH2	1912566	0.00523	5	49151.31	5
8	Met/LOX-LOX/LH2	2009937	0.00498	5	47052.10	7
9	RP-1/LOX-RP-1/LOX	4592364	0.00218	7	75252.42	11
10	RP-1/LOX-RP-1/LOX	4692789	0.00213	7	68337.95	12
11	Met/LOX-Met/LOX	1537088	0.00651	5	45203.66	3
12	Met/LOX-Met/LOX	1573200	0.00636	5	43295.83	4

Tabella 3: Risultati analisi TOPSIS.

4 Dimensionamento preliminare del Lanciatore

Scelta la configurazione da sviluppare (**primo e secondo stadio con LOX-LH2 con due booster HTPB**), si è proseguito con la definizione di alcune dimensioni principali. La definizione di una prima geometria è un passo necessario all'identificazione dei parametri per gli studi successivi sulle caratteristiche aerodinamiche, strutturali e di missione.

Il dimensionamento preliminare si è concentrato sul diametro (ricavato attraverso le dimensioni dei motori) e sull'altezza (attraverso il dimensionamento dei serbatoi) di ogni stadio, per poi riuscire nella realizzazione di un primo *rendering* del lanciatore. Si rimanda all'APPENDICE C per i dettagli sulle procedure utilizzate.

4.1 Definizione diametri

Partendo dall'analisi della popolazione statistica si è ritenuto accettabile considerare come rapporto spinta-peso di riferimento il valore 1.25 per il primo stadio e 0.4 per il secondo. Per la scelta del motore si è deciso di seguire le procedure consigliate dal *Manned Spacecraft Design Principles* [21]. Definito il rapporto spinta-peso, e considerando i risultati TOPSIS, si procede alla stima del numero di motori necessari per ogni stadio:

$$T_{req} = \left(\frac{T}{W} \right)_{ref} \cdot g \cdot m_{accensione} - T_{booster}$$

$$n_{engine} = \frac{T_{req}}{T_{engine}}$$

Si è deciso di cercare i motori da inserire nello stadio tra quelli già presenti nel mercato; si è giunti alla seguente configurazione:

- 3x Vulcain MK3 per il primo stadio;
- 1x CE-20 per il secondo stadio
- 2x Ariane ESR come booster

	Booster	Primo stadio	Secondo stadio
Motore	ESR Custom	Vulcain MK3	CS-20
Spinta [N]	$3.63 \cdot 10^6$	$1.326 \cdot 10^3$	$210 \cdot 10^3$
Diametro [m]	3.02	2.56	2.9
Lunghezza [m]	20.55	3	3.85
Isp [s]	260.03	412	443
T/W	2.9682	1.25	0.4

Tabella 4: Dati propulsori.

I booster sono stati personalizzati in lunghezza per contenere più grano solido al loro interno, ed ottenere così un impulso sufficiente a parità di spinta.

Noti i motori è possibile ricavare il diametro minimo dello stadio:

$$D = 1.3 \cdot D_{engine} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos(30)}\right)$$

Il diametro del secondo stadio è stato ricavato seguendo una procedura analoga per la stima del numero di motori, ma non essendoci limitazioni di tipo aerodinamico si è deciso di adottare un diametro forfettario pari a quello della ogiva aerodinamica che coprirà il payload.

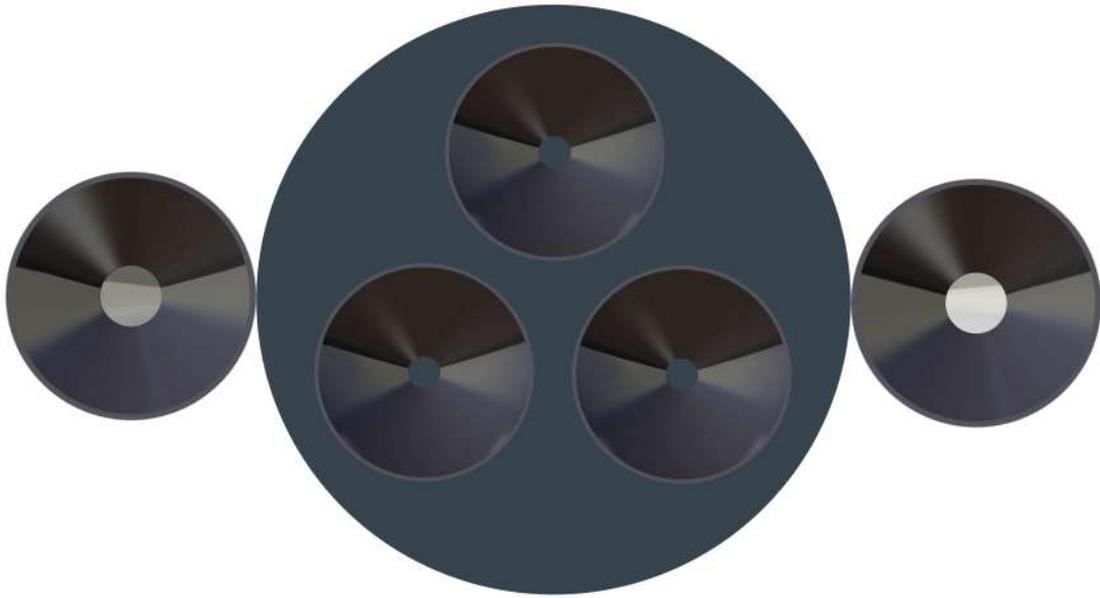


Figura 6: Rappresentazione CAD dei propulsori (vista del lanciatore dal basso).

Sono state quindi stimate le caratteristiche propulsive di ogni stadio:

Peso al decollo [kg]		913670
Rapporto spinta peso al decollo		1.366
Spinta [N]	Primo stadio	5304000
	Secondo stadio	210000
	Booster	6935100
Impulso specifico [s]	Primo stadio	412
	Secondo stadio	443
	Booster	260.03
Tempo bornout [s]	Primo stadio	334.6362
	Secondo stadio	748.6174
	Booster	126.3124

Tabella 5: Caratteristiche propulsive stadi.

4.2 Definizione altezze

Dall'analisi TOPSIS il peso di ogni stadio è noto, dalla scelta della configurazione è noto il propellente e l'ossidante adottato con conseguente densità, dalla scelta dei motori si ricava il diametro dello stadio; di conseguenza, ipotizzando il mixture ratio da adottare e scegliendo la geometria del serbatoio, è possibile definire l'altezza dello stesso. Da notare un'importante semplificazione adottata: in prima approssimazione è possibile non distinguere il diametro dello stadio dal diametro interno del serbatoio.

L'altezza dello stadio è legata alla configurazione dei serbatoi adottata, di cui esistono varie opzioni:

- serbatoi in tandem sferici;
- serbatoi in tandem cilindrici, separati e con *piping* esterno;
- serbatoi in tandem cilindrici, con parete in comune e *piping* interno;
- serbatoi concentrici;
- serbatoi multipli paralleli.

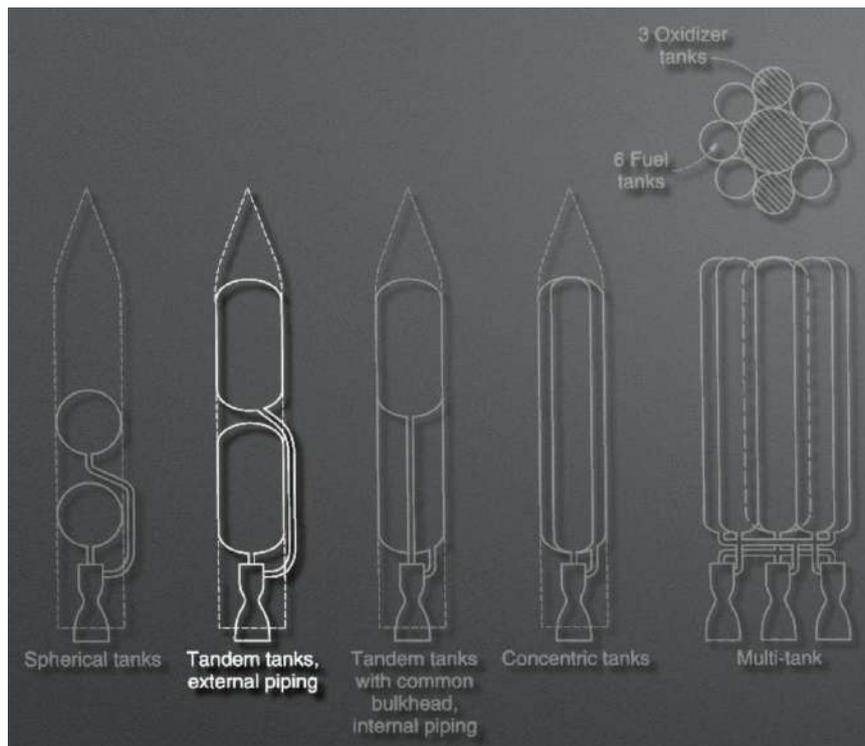


Figura 7: Possibili configurazioni dei serbatoi.

La nostra scelta è ricaduta sulla seconda opzione, per via della sua semplicità e la sua implementazione nella stima delle dimensioni dello stadio: in prima approssimazione è la somma dei serbatoi che lo compongono. La forma decisa per il serbatoio è un cilindro le cui basi sono considerate come calotte pseudo-sferiche,

così da aumentare la resistenza indotta dalla pressione interna dei propellenti. Concludendo, per la disposizione dei serbatoi è stato scelto di collocare il serbatoio dell'ossigeno alla base e quello dell'idrogeno verso la cima.

Le dimensioni dei serbatoi sono state ricavate considerando un 5% di volume di ullaggio.

Altezza	Primo stadio	Secondo stadio
Serbatoio propellente [m]	41.8332	10.3286
Serbatoio ossidante [m]	8.2955	2.2688
Motore [m]	3	3.85

Tabella 6

4.3 Modello CAD

In prima approssimazione si è considerata l'altezza complessiva del lanciatore come la somma delle altezze dei serbatoi, dei motori e dell'payload bay, escludendo quindi eventuali *interstage* o altri apparati strutturali.

Il risultato è un **lanciatore dall'altezza di circa 85 metri e un ingombro alla base di circa 14 metri.**

	Booster	Primo stadio	Secondo stadio	Fairing	Totale
Altezza [m]	20.552	53.1287	16.4474	16.19	85.77
Diametro [m]	3.02	7.17	3.5	4	

Tabella 7: Dimensioni generali propulsore

Il modello 3D del lanciatore è stato sviluppato attraverso l'uso del software **CATIA**.



Figura 8: Rappresentazione CAD del lanciatore Thalia.

4.4 Confronto con la popolazione statistica

Le dimensioni ottenute con il primo dimensionamento preliminare risultano essere maggiori a quelle dei diretti competitor valutati in precedenza (Ariane 6, Delta IV e Falcon Heavy), i quali hanno un'altezza compresa tra 65 e 70 metri. Per cercare di ridurre al minimo eventuali problemi operativi legati alle dimensioni del lanciatore, si procede ad una revisione del dimensionamento.



Figura 9: Confronto con lanciatori esistenti.

5 Revisione del dimensionamento

Dopo aver sviluppato il primo concept del lanciatore, si è proceduto ad un miglioramento del design e dell'efficienza aerodinamica del lanciatore tramite una riduzione delle dimensioni del primo stadio (ritenuto eccessivamente ingombrante in confronto con i diretti competitor), e un conseguente aumento delle dimensioni dei booster.

Si è voluto allineare l'altezza del lanciatore con quella dei diretti competitor, aggiungendo come requisito di design l'altezza totale della configurazione.

$$L_{TOT} = 70 \text{ m}$$

Inoltre, per diminuire la resistenza aerodinamica si è imposto un diametro unico per fairing, primo e secondo stadio.

$$D = 5.40 \text{ m}$$

Si è deciso di modificare le caratteristiche propulsive del solo primo stadio e booster, lasciando intatto il secondo. Il ridimensionamento della configurazione vede quindi un secondo stadio che mantiene invariate masse e volumi.

$$L_2 = 10.19 \text{ m}$$

Il primo stadio vede invece una modifica sostanziale della sua altezza, che si tradurrà nella differente massa di propellente a bordo.

$$L_1 = L_{TOT} - L_{fairing} - L_2 - L_{eng1} = 43.61 \text{ m}$$

Data la modifica delle dimensioni del lanciatore si è decisa anche la revisione dell'intero sistema di motori del primo stadio liquido.

I **booster P120C** hanno nel frattempo ottenuto un notevole aggiornamento da parte del costruttore, che ha portato la spinta prodotta fino a 4500 kN ciascuno, per un contributo totale di 9000 kN (considerato poi, in prima approssimazione, costante durante il volo).

Il nuovo valore di spinta dei booster ha provocato anche la modifica del motore a propellente liquido: l'utilizzo di più motori Mk-Vulcain risulta ora essere un eccessivo sovradimensionamento; si è optato quindi per un singolo motore più potente, il **RS-25**. Questo motore è in grado di fornire una spinta maggiore rispetto al Vulcain (con 1860 kN s.l. fino a 2279 kN vac.), coprendo per intero la richiesta di spinta aggiornata a parità di rapporto spinta/peso.

$$\begin{aligned} \frac{T}{W} &= \frac{T_{booster} \cdot 2 + T_{engine1} \cdot N_{eng1}}{M_{take-off} \cdot g_0} \\ \frac{T_1}{W_1} &= 1.25 \\ T_{1 \text{ req}} &= \frac{T_1}{W_1} \cdot M_{take-off} \cdot g_0 - T_{booster} \cdot 2 \end{aligned}$$

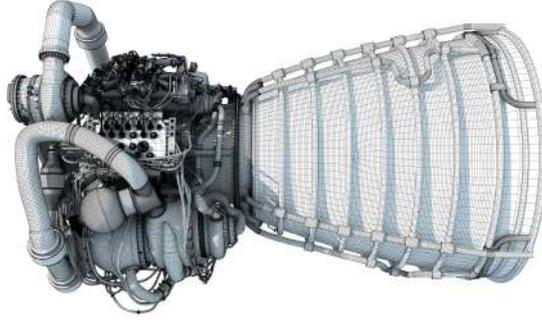


Figura 10: RS-25 Engine.

5.1 Trasferimento di impulso totale

Le dimensioni originali del primo stadio apparivano eccessive se confrontate con quelle dei booster P120C, ma anche rispetto alle configurazioni simili: si è quindi cercato di allineare le due dimensioni trasferendo parte dell'impulso dal core (rimpicciolendolo) ai booster (ingrandendoli).

Avendo imposto, nel paragrafo precedente, le dimensioni del primo stadio è facilmente ottenibile il nuovo volume totale di questo stadio; utilizzando in maniera inversa il procedimento utilizzato per il dimensionamento preliminare (APPENDICE C) è stato possibile ricavare quanto del volume dello stadio è del serbatoio di *fuel* e quanto è di quello di *oxidizer*.

$$\begin{aligned} V_{1_{fuel}} &= 678.71 \text{ m}^3 & L_{1_{fuel}} &= 31.43 \text{ m} \\ V_{1_{ox}} &= 139.13 \text{ m}^3 & L_{1_{ox}} &= 31.43 \text{ m} \end{aligned}$$

Note le densità dei due composti e tenendo in considerazione il volume di ullaggio, si sono ottenute le nuove masse di *fuel* e *oxidizer*:

$$m_{1_{fuel}} = 4.49 \cdot 10^4 \text{ kg} \quad m_{1_{ox}} = 1.51 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

Il valore di massa complessiva, come previsto, è inferiore rispetto a quella originale: questo valore, tradotto in termini di impulso totale, è quanto deve essere trasferito al booster.

$$\begin{aligned} \Delta m_{p_{stageI}} &= 2.43 \cdot 10^5 \text{ kg} \\ I_{t_{loss}} &= \Delta m_{p_{stageI}} \cdot g \cdot I_{sp,eng_1} = 9.74 \cdot 10^8 \text{ Ns} \end{aligned}$$

Conoscendo il valore di impulso aggiunto possiamo trovare il valore di massa di propellente solido da inserire in più nel booster.

$$\Delta m_{p_{booster}} = \frac{I_{t_{loss}}}{I_{sp,booster} \cdot g} = 3.57 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

Il nuovo booster presenta una massa aumentata.

$$m_{p_{booster}} = 7 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

5.2 Revisione dei parametri di progetto

Completato il ridimensionamento degli stadi è possibile ricavare nuovamente i nuovi parametri progettuali della configurazione:

Massa totale al decollo [kg]	$1.02 \cdot 10^6$
Massa totale del primo stadio [kg]	$2.12 \cdot 10^5$
Massa propellente del primo stadio [kg]	$1.96 \cdot 10^5$
Payload ratio	0.0098
$T_{take-off,max}$ [kN]	$11 \cdot 10^3$
$T_{booster}$ [kN]	$9 \cdot 10^3$
$\left(\frac{T}{W}\right)_{take-off}$	1.2385
$\tau_{bo,booster}$ [s]	212,43

Tabella 8: Parametri relativi alla nuova configurazione.

Si evidenziano alcune importanti caratteristiche:

- la massa al decollo non ha subito grosse variazioni;
- il payload ratio si è ridotto.

Questa nuova condizione viene considerata comunque vantaggiosa dal momento che il payload ratio si mantiene ancora a livelli competitivi. Inoltre, grazie alla dipendenza maggiore dai SRB, la nuova configurazione risente dei grossi vantaggi operativi.

5.3 Dimensionamento dei Solid Rocket Booster

Avendo masse e volumi diversi rispetto ai booster originariamente presi in considerazione, si vuole sviluppare un dimensionamento di massima dei SRB ottimizzati per la nuova configurazione.

Si calcola il nuovo valore di impulso totale richiesto al singolo booster (considerando la spinta costante):

$$I_t = \frac{T_{booster}}{2} \cdot t_b = 9.56 \cdot 10^8 \text{ Ns}$$

Per avere una spinta costante è necessario avere un grano neutro, in modo che il livello di spinta medio sia pari al livello di spinta durante tutta la combustione (trascurando le fasi transitorie quali accensione e spegnimento).

Tramite codice di calcolo è stato ricavato il valore della velocità di regressione r e della velocità caratteristica c^* del grano.

$$r = a_0 e^{(\sigma_p(T-T_0))} p_c^n = 1.16 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$c^* = c_0 e^{(\sigma_p(T-T_0))} p_c^m = 1550.8 \text{ m/s}$$

Da notare che si è considerata la temperatura di esercizio pari a quella di riferimento $T = T_0 = 294.0 \text{ K}$.

Il rapporto di espansione si può calcolare attraverso il bilancio delle portate in gola e in uscita:

$$\dot{m}_t = \dot{m}_e (p_c A_t) \Gamma / \sqrt{(R/MT_c)}$$

$$\dot{m}_t = \frac{p_c A_e}{\sqrt{R/MT_c}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} = 10.7420$$

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = 0.6599$$

Per ricavare i valori di impulso specifico e velocità di scarico si è considerato l'ugello critico e adattato.

$$C_F = \eta_F \cdot \Gamma \sqrt{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right) \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = 1.5805$$

$$I_{sp} = 278.5 \text{ s} \quad \longrightarrow \quad c = I_{sp} \cdot g = 2731.11 \text{ m/s}$$

Per il dimensionamento del motore è necessaria la conoscenza della portata in massa di combustibile espulso:

$$\dot{m}_b = \frac{m_b}{t_b} = 3295.4 \text{ kg/s}$$

Da cui è possibile calcolare l'area di gola, l'area di uscita e il relativo diametro dell'ugello:

$$A_t = \frac{\dot{m}_b \cdot c^*}{p_c} = 0.4867 \text{ m}^2$$

$$A_e = \varepsilon A_t = 5.2283 \text{ m}^2$$

$$D_e = \sqrt{4 \frac{A_e}{\pi}} = 2.5801 \text{ m}$$

5.4 Geometria del grano

Una volta note le dimensioni globali del booster, è possibile procedere alla definizione della geometria del grano interno. L'area di combustione del grano può

essere determinata attraverso l'uguaglianza delle portate del combustibile bruciato e di gola:

$$A_b = \frac{p_c A_t}{c^* \rho_b r} = 163.7606 \text{ m}^2$$

Tra le geometrie possibili per un grano neutro si è scelto di adottare quella della **stella a sei punte**. Per avere un grano neutro è necessario che l'area di combustione (di conseguenza il perimetro) si mantengano costanti nel tempo.

La web thickness w (figura 11) è calcolabile tramite relazione:

$$w = r \cdot t_b = 2.4568 \text{ m}$$

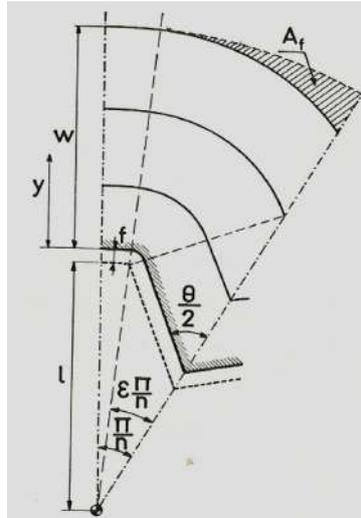


Figura 11: Rappresentazione grafica della metà di una punta del grano.

Si definisce il numero di Klemmung K ossia il rapporto tra l'area di combustione del grano e l'area di gola dell'ugello.

$$K = \frac{A_b}{A_t} = 336.4569$$

La superficie interna è calcolata come il rapporto tra l'area di burning e la lunghezza del grano.

$$S_{int} = \frac{A_b}{L_b}$$

La variazione di perimetro dipende dal numero di punte, dall'angolo di semi-apertura e dalla frazione angolare del grano ε_{grano} .

A seguito di considerazioni geometriche effettuate sulla sezione della punta di grano, si ricava l'angolo di semi-apertura.

$$\theta = 33.53^\circ$$

Per valutare la migliore configurazione geometrica è stato effettuato il confronto dei parametri ottenibili con ε_{grano} , variabile tra 0.1 a 0.9 e semi-apertura costante. I parametri calcolati sono:

- La lunghezza l , che rappresenta la differenza tra il semidiametro e la web thickness.

$$l = \frac{w \cdot \cos(\theta/2)}{\sin(\varepsilon\pi/n)}$$

n è il numero delle punte considerate

- Il diametro del grano

$$D = 2(w + l)$$

- Il perimetro

$$S = 2n \left[(1 - \varepsilon) \frac{\pi}{n} (l + f + y) + \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} + \varepsilon \frac{\pi}{n} \right) (f + y) + \frac{l \sin(\varepsilon\pi/n)}{\sin(\frac{\theta}{2})} - (f + y) \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

- La lunghezza del grano

$$L_b = A_b/S$$

- La lunghezza del motore, ottenuta dalla somma del grano, del motore e di un valore forfettario per la sezione anteriore (che non è coinvolta nella combustione)

$$L_{booster} = L_{grano} + L_{motore} + 1$$

- La port-area

$$A_p = \pi \cdot D^2/4$$

- J , il rapporto tra area di gola e port area, utile per la valutazione del transitorio iniziale

$$J = A_t/A_p$$

Sulla base dei requisiti determinati a inizio capitolo, i parametri che si ritengono più adatti sono:

$$\varepsilon_{grano} = 0.84$$

$$D = 3.99 \text{ m}$$

$$L_{grano} = 32.14 \text{ m}$$

$$L_{booster} = 35.62 \text{ m}$$

$$J = 0.0389$$

Questi valori sono in linea con gli SRB esistenti, dove il valore di J minore a 0.5 porta ad avere *erosion burning* nei primi istanti di volo, con quindi un leggero aumento di spinta al decollo che aiuta ad allontanare il velivolo dalla rampa.

L'altezza del booster deve essere ancora maggiorata di una quantità significativa della presenza dell'ogiva aerodinamica. Si è preso come riferimento l'ogiva dei booster di Ariane 5. In questo spazio è inoltre possibile collocare un sistema di paracadute, per il recupero e riutilizzo del componente.

ε	D [m]	L_{grano} [m]	$L_{booster}$ [m]	J
0,10	23,70	6,12	9,60	0,0011
0,20	12,48	11,00	14,48	0,0040
0,30	8,75	15,11	18,59	0,0081
0,40	6,89	18,71	22,19	0,0131
0,50	5,77	21,98	25,46	0,0186
0,60	5,03	25,06	28,54	0,0244
0,70	4,51	28,02	31,50	0,0305
0,80	4,12	30,96	34,44	0,0365
0,81	4,09	31,25	34,73	0,0371
0,82	4,05	31,55	35,03	0,0377
0,83	4,02	31,84	35,32	0,0383
0,84	3,99	32,14	35,62	0,0389
0,85	3,96	32,44	35,92	0,0395
0,86	3,93	32,73	36,21	0,0401
0,87	3,90	33,03	36,51	0,0407
0,88	3,87	33,33	36,81	0,0413
0,89	3,85	33,63	37,11	0,0419
0,90	3,82	33,93	37,41	0,0425

Tabella 9: Variazione dei parametri geometrici del grano al variare di ε .

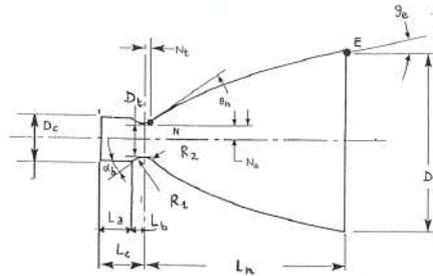


Figura 12: Schema quotato dell'ugello.

5.5 Dimensionamento dell'ugello del SRB

Nella sezione precedente sono state calcolate le prestazioni e la geometria del Solid Rocket Booster; tra i vari parametri ricavati ci sono l'area di gola (0.4867 m^2) ed il rapporto d'espansione ($\varepsilon = 10.7420$). È possibile quindi procedere alla definizione delle dimensioni dell'ugello.

5.5.1 Tratto convergente

La porzione convergente è formata da un tronco di cono e un raccordo con l'area di gola. La base più piccola del tronco ha diametro D_x che viene raccordato al diametro D_t con il raggio R_1 .

In un SRB la camera di combustione è il corpo stesso del veicolo, quindi il volume della camera di combustione sarà il volume del cilindro più il volume del

convergente.

$$D_t = \sqrt{\frac{4A_t}{\pi}} = 0.7872 \text{ m}$$
$$R_1 = 1.5 \frac{D_t}{2} = 0.5904 \text{ m}$$

La lunghezza assiale del convergente con $\alpha_b = 20^\circ$ è:

$$D_x = D_t + 2R_1(1 - \cos(\alpha_b)) = 1.4861 \text{ m}$$
$$L_x = \frac{D_x - D_c}{2} \frac{1}{\tan(\alpha_b)} = 0.1887 \text{ m}$$
$$L_b = L_x + R_1 \sin(\alpha_b) = 0.3906 \text{ m}$$
$$L_{Camera} = L_{grano} + L_b$$

5.5.2 Tratto divergente

La porzione divergente accoglie l'espansione del flusso fino all'area di uscita.

$$A_e = \varepsilon A_t = 5.2281 \text{ m}^2$$
$$D_e = \sqrt{\frac{4A_e}{\pi}} = 2.588 \text{ m}$$

Si ottiene un diametro esterno minore del diametro del cilindro del SRB. Il raggio di raccordo è dato in funzione di quello di gola $R_2 = 0,382 \text{ m}$ e $R_t = 0.15 \text{ m}$.

Il parametro L_f è definito come il rapporto tra la lunghezza del divergente e la lunghezza del divergente di un ugello conico di 15° di semi-apertura con stesso ε . Si ottiene quindi una lunghezza dell'ugello a campana di $L_n = 2.6922$.

5.5.3 Ugello completo

Unendo i parametri determinati per la porzione convergente con quelli della porzione divergente si è definito l'ugello da adottare nel nostro SRB, rappresentato in figura 13.

Le dimensioni sono le seguenti:

- lunghezza $L = 3.4808 \text{ m}$;
- lunghezza convergente = 0.7886 m ;
- lunghezza divergente = 2.6922 m ;
- area di gola = 0.4867 m^2 ;
- area esterna = 5.2281 m^2 .

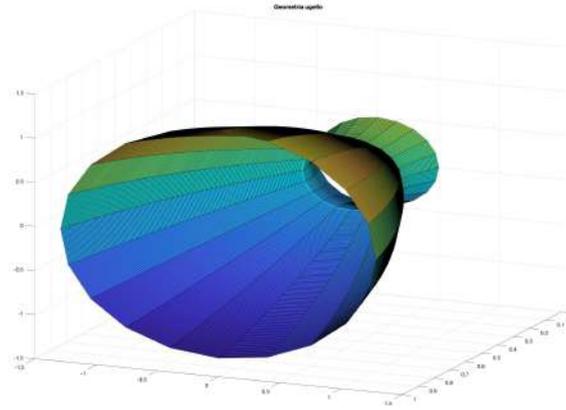


Figura 13: Rappresentazione dell'ugello.

5.6 Confronto con il precedente design

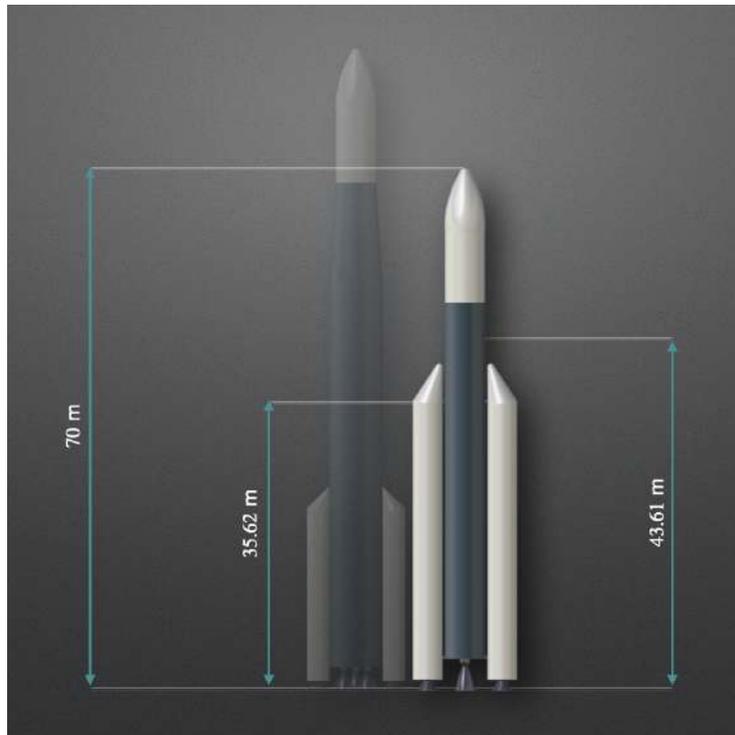


Figura 14: Confronto con design precedente.

La nuova proposta si presenta più compatta e in linea con le dimensioni dei principali competitor. Evidente il forte aumento di dimensioni dei booster a propellente solido, che occupano ora in percentuale buona parte dell'altezza del primo stadio.

6 Analisi aerotermodinamiche

L'analisi aerotermodinamica rappresenta una porzione di progetto potenzialmente molto vasta e complessa. Si è deciso di svilupparne una piccola porzione, fondamentale per il proseguimento dell'analisi preliminare: per la parte prettamente aerodinamica si è stimato il coefficiente di resistenza del lanciatore; per la parte termodinamica il flusso di calore sviluppato durante l'ascesa.

6.1 Coefficiente di resistenza

La stima del coefficiente di resistenza del lanciatore è stato sviluppato attraverso il metodo descritto in APPENDICE D.1. Si è considerato inizialmente di suddividere il lanciatore in tre componenti principali (2 booster e il core) e di calcolarne i propri coefficienti. Si noti che ogni componente è stato modellato con una forma cilindrica con ogiva, rendendo la *pressure drag* trascurabile.

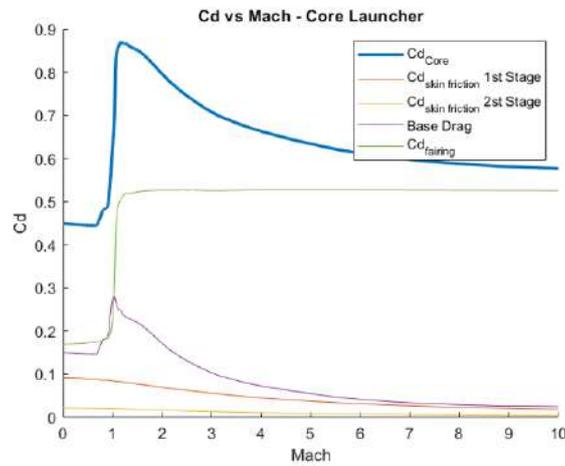


Figura 15

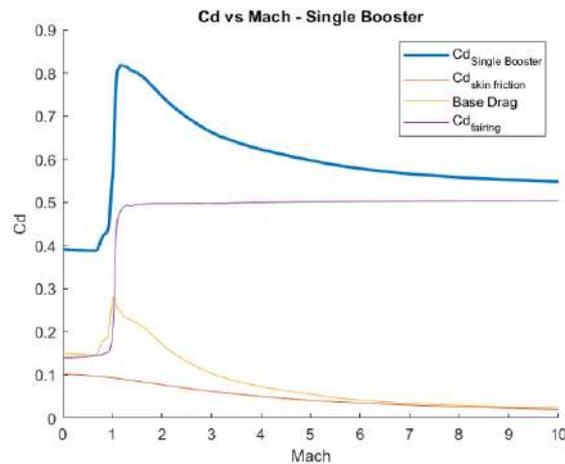


Figura 16

Si può notare che il contributo principale è dovuto all'ogiva (che nel caso del core corrisponde al fairing della payload bay), che è anche la prima regione ad incontrare il flusso.

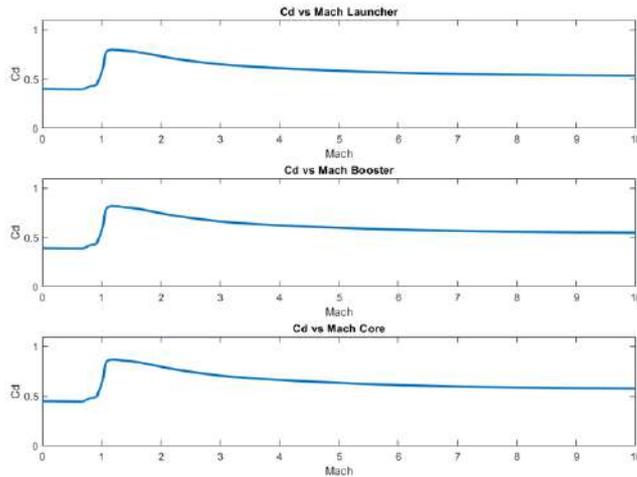


Figura 17

La geometria complessiva è stata considerata attraverso una media ponderata degli effetti su core e su booster.

Il valore massimo di C_d si raggiunge per una velocità transonica, per la precisione attorno a $M = 1.2$; il C_d in questo punto è pari a circa 0.8, valori di cui si trova riscontro anche in letteratura.

Come ulteriori validazioni dei nostri risultati si è provveduto a ripetere il calcolo del C_d attraverso un software specifico: *RASAero II*. Questo programma è in teoria sviluppato per applicazioni di aeromodellismo, presentando quindi analisi con livelli di accuratezza modesti, ma considerati comunque sufficienti per una stima in conceptual design; sarà necessario l'utilizzo di strumenti più avanzati (quali le analisi CFD) per la progettazione dettagliata.

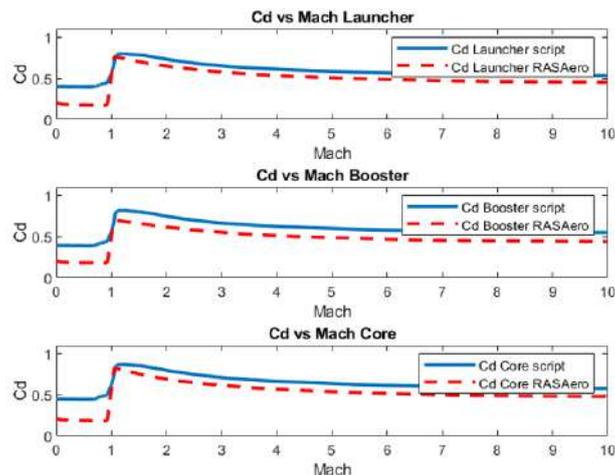


Figura 18

I valori della nostra analisi e di quella con software *RASAero II* differiscono non

in termini di andamento, quanto in termini di quantità. Questa situazione è particolarmente evidente per le regione subsoniche, mentre in supersonico i risultati convergono molto di più: si ritengono quindi validi sia il modello che i risultati ottenuti.

6.2 Flusso di calore

Per il calcolo del flusso termico durante la fase di ascesa è stato necessario ricorrere ad una trattazione semplificata, data l'elevata complessità del fenomeno. Il metodo preso in esame [25] permette di stimare il flusso termico lungo le superfici del lanciatore, ma per la sua applicabilità presuppone una serie di limitazioni:

- numero di Reynolds compreso tra $2 \cdot 10^5$ e $2 \cdot 10^6$;
- angoli di semiapertura del cono del fairing compreso tra; 20° e 50° ;
- altitudini inferiori a 43 km.

Lo scambio termico del caso in esame è stato considerato essere istantaneo e composto dai soli contributi convettivi e radiativi. Il flusso di calore dall'ambiente alla superficie del lanciatore é dato dalla differenza tra la temperatura del flusso e della superficie.

$$\dot{Q}_1 = h(T_b - T_s)$$

in cui T_b è la temperatura dello strato limite, T_s è la temperatura della superficie.

Il coefficiente di scambio termico h è stato determinato sperimentalmente [25].

$$h = (0.0071 + 0.0154 \cdot \sqrt{\beta}) \frac{1}{l^{0.2}} (\rho_{fs} \cdot u_{fs})^{0.8} \frac{k}{\mu^{0.8}}$$

Compaiono i termini relativi al flusso indisturbato: ρ_{fs} , u_{fs} , μ , k e l'altezza del cono del fairing l .

Il flusso di calore radiativo (in uscita dal lanciatore) è proporzionale alla temperatura della superficie alla quarta.

$$\dot{Q}_2 = \varepsilon \sigma T_s^4$$

in cui σ è la costante di Boltzmann e ε è l'emissività della superficie, posta pari a 0.4 (si assume un materiale metallico).

Per ricavare l'andamento del flusso termico è necessario risolvere l'equazione differenziale dell'equilibrio termico nell'istante di tempo dt .

$$GdT_s = dt \left(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 \right) G \frac{dT_s}{dt} + hT_s + \varepsilon \sigma T_s^4 = hT_b$$

in cui G indica la capacità termica della superficie, calcolata come prodotto del calore specifico, della densità e dello spessore del materiale.

L'obiettivo del calcolo è di identificare il massimo flusso termico previsto dal lancio; per ottenere ciò si è sviluppata l'analisi fino ai 33 km di quota: fino a questa altezza si è ancora ampiamente nel campo di applicabilità del metodo e si ha già sorpassato il punto di massimo scambio.

Il picco di flusso risulta essere pari a circa 21500 W/m^2 , ad una quota di 5000 m circa (risultato in linea con la letteratura [30]).

Si nota infine come il contributo del flusso termico radiativo sia in percentuale trascurabile rispetto al contributo convettivo, al quale si può corrispondere la quasi totalità del flusso termico netto.

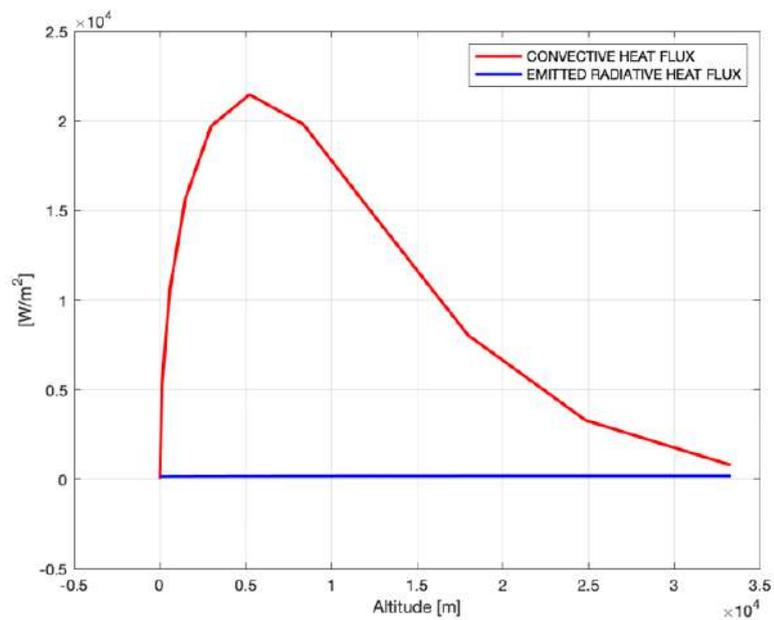


Figura 19

7 Calcolo della Traiettoria di lancio

In questa sezione è presentata una proposta per la traiettoria di lancio tipica. Data la struttura e la dimensione del lanciatore si è deciso di suddividere la traiettoria percorsa in tre fase principali:

- **Vertical ascent.**
- **Thrust steering:** manovra, assunta istantanea, utile per variare la direzione della spinta del lanciatore.
- **Zero lift-gravity turn:** manovra in cui la rotazione eseguita dal lanciatore lungo la traiettoria è generata dalla forza gravitazionale, che agisce verso la radiale al centro della terra.

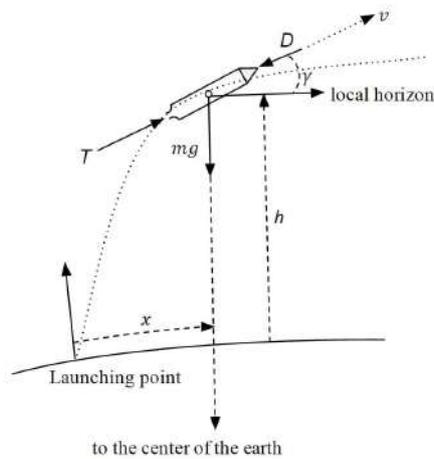


Figura 20: Schema forze durante il lancio.

Le equazioni che governano ogni fase, con le dovute semplificazioni, sono le seguenti:

$$\begin{cases} \gamma = \left(\frac{dh}{dx}\right) \\ \dot{h} = v \sin(\gamma) \\ \dot{x} = \frac{R_{Earth}}{R_{Earth}+h} \cdot v \cos(\gamma) \\ \dot{v} = \frac{T-D}{m} - g \cdot \sin(\gamma) \end{cases}$$

La prima equazione rappresenta la definizione del flight path angle, ovvero l'angolo compreso tra la direzione della velocità del lanciatore e l'orizzonte locale; nella prima fase di volo si è considerata un'ascesa pressocchè verticale: l'angolo γ è considerato costante e pari a circa 87° .

Per le fasi successive si è invece operato attraverso l'interpolazione di punti noti lungo la traiettoria (basandosi sulla traiettoria del Saturn V); queste fasi sono pensate per raggiungere l'orbita di parcheggio, posta a 425 km, con l'opportuna velocità d'inserzione di circa 7.66 km/s e con un *flight path angle* quanto più piccolo possibile (per mantenere la forma dell'orbita).

L'ultimo, fondamentale, vincolo presente nel calcolo è il propellente necessario al completamento della manovra.

7.1 Calcolo del tempo necessario alla manovra

La missione di riferimento del nostro lanciatore prevede l'inserzione del carico in orbita lunare: è necessario che al termine del lancio si a presente un quantitativo di carburante sufficiente a questa manovra.

L'impulso richiesto per il trasferimento lunare,rimandato interamente al secondo stadio, è pari a $\Delta V = 4.66$ km/s (APPENDICE A). Avendo definito le caratteristiche propulsive dello stadio, possiamo tradurre questa velocità in termini di propellente richiesto: sono necessari circa 29800 kg.

La massa di propellente disponibile è quindi la massa inizialmente imbarcata nello stadio meno questo quantitativo.

$$m_{available} = 6300 \text{ kg}$$

Dal dimensionamento dello stadio conosciamo il rateo di combustione e la spinta del motore adottato per lo stadio: è possibile ricavare il tempo di accensione il tempo di accensione del secondo stadio durante la fase di lancio.

$$t_{burning} = \frac{m_{available}}{T/c} = 130.35 \text{ s}$$

La durata totale del lancio è data dalla somma di questo tempo del tempo del secondo stadio più il tempo di accensione del primo stadio. Risulta che il lanciatore raggiunge l'orbita di parcheggio in $\Delta t_{TOT} = 510 \text{ s} \approx 8.5 \text{ min}$.

7.2 Traiettoria risultante

Incrociando i dati propulsivi degli stadi (ottenuti durante il dimensionamento) con questi ultimi dati ricavati si ottiene il profilo di lancio descritto a seguire.

1. Lift Off

$t = 0$ s, il profilo di ascesa adottato è il *Vertical Ascent*

2. Maximum Aerodynamic Pressure (MAX Q)

$t \approx +90$ s, ad una quota di 10 km, traiettoria ancora in fase *Vertical Ascent*

3. Thrust Steering

Superati i 34 km di altitudine si attraversa questa fase per entrare in modalità *Zero lift-gravity turn*

4. Booster Engine Cut Off (BECO) and Separation

$t \approx +212$ s, ad una quota di 73 km

5. Main Engine Cut Off (MECO) and Separation

$t \approx +340$ s, ad una quota di circa 259 km.

6. Second Stage Launch Cut Off

$t \approx +510$ s, alla quota di parcheggio di 425 km.

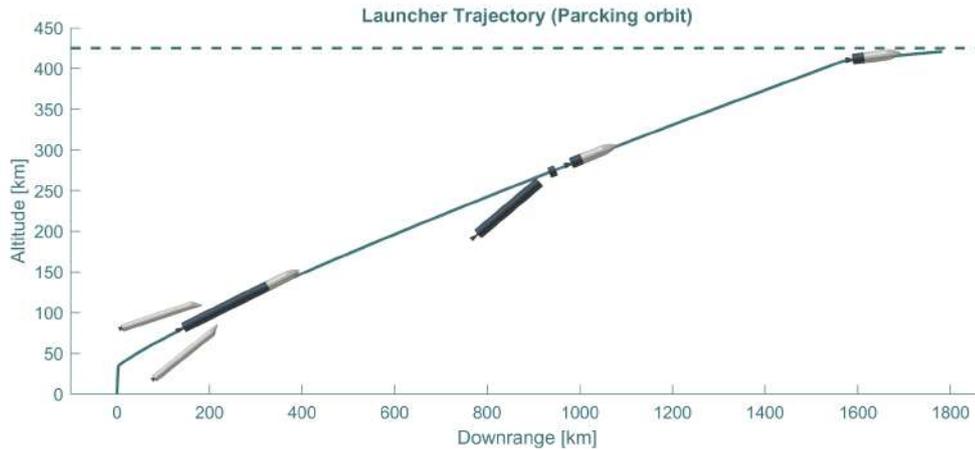


Figura 21

7.2.1 Aspetti dinamici e cinematici

Conoscendo la traiettoria e le caratteristiche aerodinamiche e propulsive del lanciatore è possibile ricavare informazioni utili riguardanti la cinematica e i carichi strutturali a cui è sottoposto il lanciatore durante la fase di ascesa.

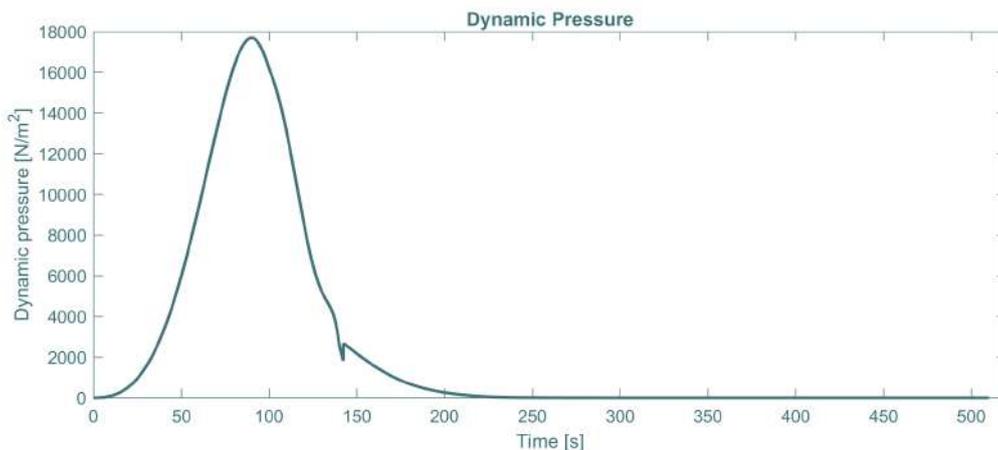


Figura 22

L'andamento della pressione dinamica presenta il tipico picco di $max Q$ dopo una novantina di secondi, ad un valore di quasi $18000 N/m^2$. Inoltre, superati i 250 secondi dal *lift-off*, il valore di pressione dinamica è pressoché nullo: da questo punto in poi il fairing ha sicuramente completato la sua funzione.

Altre caratteristiche utili che si ricavano sono l'andamento della velocità e dell'accelerazione del lanciatore.

La velocità durante il lancio è sempre crescente, ma con una accelerazione che diminuisce più ci si avvicina all'orbita di parcheggio. In particolare è evidente come la fase in cui si è propulsi dal secondo stadio sia ad una accelerazione praticamente costante (e di valore molto contenuto): questa fase è infatti pensata più per la

correzione della traiettoria che per il raggiungimento del ΔV necessario all'orbita di parcheggio, il quale viene quasi ottenuto già al **MECO**.

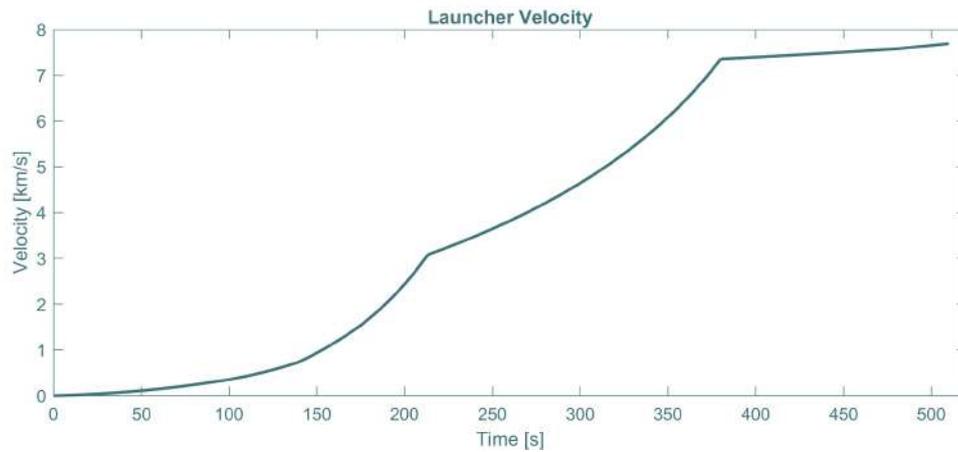


Figura 23

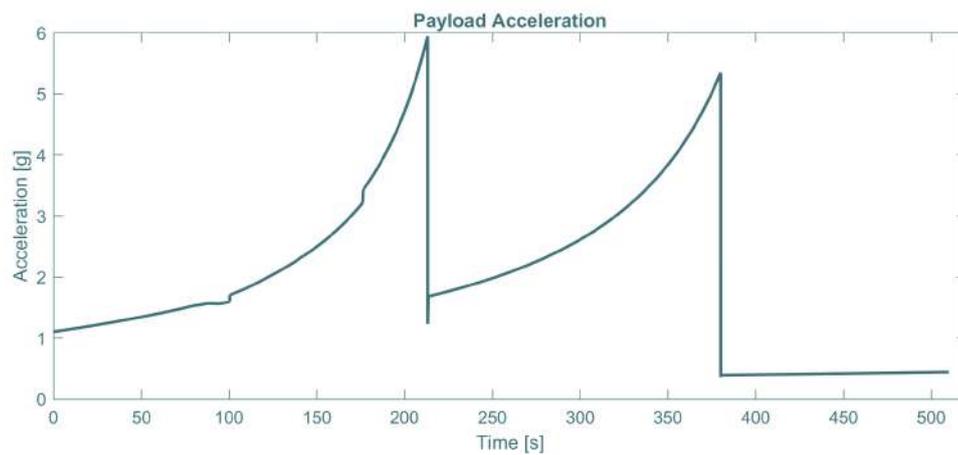


Figura 24

Le discontinuità nelle velocità avvengono in corrispondenza degli *staging*, ovvero nei momenti in cui si cambia spinta (a causa del cambio di motore).

Lo *staging* è anche evidente dal punto di vista delle accelerazioni: è proprio in quei momenti che si raggiungono i picchi di accelerazione. Tra i picchi è particolarmente importante quello che avviene al **BECO**, perché rappresenta il massimo raggiunto: 6g, valore accettabile per le missioni senza equipaggio.

7.3 Calcolo delle capacità di carico per altri tipi di missione

Una volta determinata la traiettoria percorsa dal lanciatore, e di conseguenza il quantitativo di propellente necessario al lancio, è possibile valutare le capacità di carico qualora la missione richiesta avesse obiettivi diversi dall'orbita lunare.

Sono state prese in considerazione tre tipi di missione differenti, il cui obiettivo è il raggiungimento di un'orbita circolare a tre differenti altezze:

- LEO: ad una quota di 425 km
- MEO: ad una quota di 20000 km
- GEO: ad una quota di 36000 km

È stata calcolata la richiesta in termini di ΔV e di velocità orbitale per ognuna di queste missioni (APPENDICE A).

$$\Delta V_{mission} = \Delta V_{parking} + \Delta V_1 + \Delta V_2$$
$$\Delta V_1 = V_{h1} - V_{c1} \quad \& \quad \Delta V_2 = V_H - V_{h2}$$

Per la definizione di payload aggiuntivo imbarcabile si è partiti dai calcoli sviluppati per la definizione della quantità di propellente da preservare nel secondo stadio per l'inserimento nell'orbita lunare e si è introdotto un algoritmo in grado di barattare il propellente con carico utile.

In particolare è stato calcolato attraverso Tsiolkovsky la massa finale di arrivo dato il ΔV di missione e si è sostituito l'eccesso di carburante con carico utile.

$$m_i = m_f e^{\frac{\Delta V}{g \cdot T_s}}$$

In questa maniera si mantiene inalterata la massa totale del sistema, aumentando la capacità di carico per missioni più modeste (in termini di distanza). Le stime indicano un valore massimo di 40 tonnellate in orbita terrestre bassa, 18 tonnellate in orbite medie e quasi 16 tonnellate in orbita geostazionaria.



Figura 25: Capacità di carico per orbite terrestri.

8 Analisi strutturale

Dalle analisi precedenti sono stati ricavati una serie di carichi e sollecitazioni che il lanciatore subisce durante le sue fasi operative; bisogna ora verificare che le strutture del lanciatore siano effettivamente in grado di resistere a queste sollecitazioni.

La fase più critica è il lancio, dove la spinta dei motori, unito alla resistenza aerodinamica, crea dei carichi particolarmente intensi. Si è quindi scelto di dimensionare e verificare alcune soluzioni strutturali durante questa fase di missione, al fine di selezionare la più vantaggiosa in termini di resistenza e peso.

Lo studio è stato svolto con l'ausilio del software *Ansys*, attraverso cui è stato possibile analizzare, commentare e confrontare i comportamenti a buckling delle diverse ipotesi.

8.1 Definizione delle soluzioni strutturali

Il primo aspetto di cui tenere conto è la geometria del corpo da analizzare. Il lanciatore in via di progetto è formato dal payload fairing, due booster e due stadi, di altezza 43,61 m e 10,19 m, con diametro di 5,4 m. È possibile, con buona approssimazione, studiare la struttura di entrambi gli stadi attraverso un'unica analisi svolta sul primo stadio; inoltre, si è considerata la superficie del corpo liscia.

Sono state osservate quattro diverse possibili soluzioni geometriche per le pareti dello stadio, il cui spessore è stato ipotizzato di 50 mm (dato riscontrato in letteratura):

- La prima è una struttura a guscio cilindrica, dove i pannelli stessi si occupano del contenimento del carico.
- La seconda si differenzia dalla prima per la presenza di centine ad inizio e fine stadio.



Figura 26: Prima (a sinistra) e seconda (a destra) configurazione.

- La terza è una struttura a semiguscio cilindrico con quattro correnti equispaziate e simmetriche.
- La quarta è simile alla terza, ma conta di otto irrigidimenti longitudinali equidistanti e simmetrici.

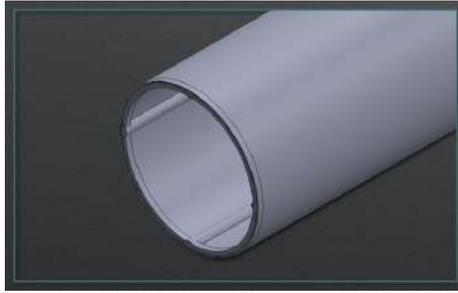


Figura 27: Terza configurazione.

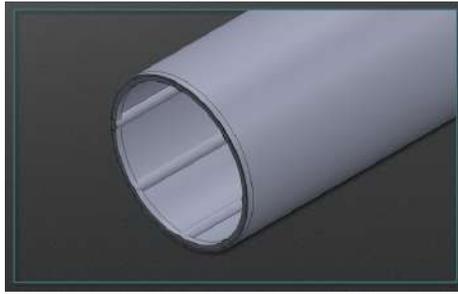


Figura 28: Quarta configurazione.

8.2 Analisi statistica dei materiali

Prima dell'analisi strutturale vera e propria, sono stati scelti i materiali da adottare per i pannelli: il materiale infatti stabilisce gran parte delle caratteristiche. Partendo dall'analisi statistica dei competitor, si è selezionato una serie di materiali tipicamente utilizzati. La scelta sarà poi completata in base alla funzione e alla forma che dovrà avere all'interno del lanciatore.

Launch Vehicles	Materials				
	I Stages	II Stage	Payload Fairing	Booster	Interstages
Vega C	CFRP protetto da EPDM	CFRP protetto da EPDM	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape	-	Alluminio rinforzato
Falcon	ALU 8090	ALU 8090	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape	ALU 8090	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape
Atlas V 500	Alluminio e scudo termico composito	Acciaio INOX	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape	Cassa in grate-resina epossidica	Pannelli sandwich: • fogli in grate • anima di alluminio a nido d'ape
Ariane 6	• AA7XXX • PROSIAL2000	• AA7XXX • Attacco al serbatoio in Titanio	Due semigusci in fibra di carbonio	AA7XXX	AA7XXX
Ariane 5	Lega di alluminio	Lega di alluminio	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape	Acciaio INOX	Pannelli sandwich: • fogli in CFRP • anima di alluminio a nido d'ape

Figura 29: Analisi statistica dei materiali.

Si nota come la tendenza degli ultimi anni è quella di utilizzare un solo materiale per stadio, per avere un ottimo compromesso tra prestazioni e costi di produzione; si decide quindi di adottare questa stessa filosofia.

Sono state individuate tre promettenti opzioni in termini di materiale:

- **Acciaio INOX**

- $E = 210 \cdot 10^3$ MPa
- $\nu = 0.3$
- $\rho = 7800$ kg/m³

- **Alluminio 6061**

- $E = 72.5 \cdot 10^3$ MPa
- $\nu = 0.33$
- $\rho = 2690$ kg/m³

- **Alluminio-Litio 8090**

- $E = 79 \cdot 10^3$ MPa
- $\nu = 0.3$
- $\rho = 2500$ kg/m³

8.3 Definizione dei carichi applicati

Per l'analisi strutturale bisogna tenere conto di tutti i carichi cui sarà sottoposto il lanciatore durante il suo ciclo di vita: dal trasporto (cambiano se il trasporto avviene via acqua, aria o ferrovia ad esempio) fino alla separazione del payload.

Per questa analisi si è deciso di considerare una delle fasi più critiche di missione: il lancio. I carichi che si hanno durante questa fase sono:

- **Carichi Acustici**

Sono quei carichi che si verificano durante il lancio per via di vibrazioni indotte da onde di pressione su superfici ampie, come le pareti dei lanciatori, e si hanno principalmente come risultato del 'noise' dello scarico dei booster.

- **Carichi Dinamici Meccanici**

Sono i carichi dovuti alle vibrazioni che si possono instaurare a causa delle onde di pressione sulle superfici relativamente ampie (come le pareti del lanciatore). Esistono principalmente due tipi di carico:

- vibrazioni sinusoidali a bassa frequenza, dovute principalmente alle interazioni tra i vari moduli del lanciatore;
- vibrazioni casuali (ad alta frequenza), risultato di fenomeni più complessi come la combustione instabile o la turbolenza del flusso.

- **Carichi da "Shock"**

Sono dovuti a eventi istantanei, o quasi, quali gli eventi di separazione degli stadi o l'accensione/spegnimento dei motori.

- **Variazione di Pressione**

Dovuti alla variazione di pressione durante il percorso di ascesa, in genere devono essere previsti adeguati sistemi di ventilazione per bilanciare questa situazione.

- **Carichi Inerziali**

Essi sono dovuti alle accelerazioni che subisce il lanciatore, in particolare dalla spinta quindi.

Per l'analisi preliminare si è deciso di considerare i carichi più rilevanti al momento del lancio:

- **Spinta:** costante e pari alla somma della spinta dei booster e del primo stadio, pari a $T = 11069500 \text{ N}$.
- **Forza Peso:** pari alla massa al decollo ($m_{LO} = 1020786.262 \text{ kg}$) moltiplicata per l'accelerazione gravitazionale al *sea level*.
- **Accelerazione massima:** è stato preso il picco di accelerazione individuato in fase di definizione della traiettoria, che risulta essere pari a $6g$.
- **Resistenza Aerodinamica:** calcolata assumendo il massimo C_d individuato negli studi aerodinamici e successivamente arrotondata a -2990000 N .

Questi carichi sono tutti diretti lungo l'asse longitudinale del velivolo (convenzionalmente il verso positivo è assunto verso l'alto).

Un'altra questione da definire è la condizione dei vincoli. Per condurre lo studio è stata adottata la tecnica *Inertia Relief* [1], ovvero forze e momenti sono bilanciati dalle inerzie che nascono dal campo delle accelerazioni:

$$\{F\} + [M]\{a\} = 0$$

in cui $\{F\}$: vettore delle forze applicate; $[M]$: tensore delle masse; $\{a\}$: vettore delle accelerazioni lineari.

Una equazione simile è ricavabile anche per momenti e rotazioni (riferite ai nodi di studio).

8.4 Analisi a compressione uniassiale

La struttura di un lanciatore è generalmente composta di pareti sottili, suscettibili a fenomeni di instabilità: è molto utile un'analisi a compressione per verificarne il campo di lavoro.

I carichi considerati per il nostro caso di studio sono tutti longitudinali, rendendo sufficiente un'analisi uniassiale per l'individuazione dei più probabili punti di *failure*. La scelta del vincolo attraverso *Inertia Relief* ha portato a considerare il baricentro della struttura stessa come punto virtualmente fisso.

Essendo un'analisi preliminare si è deciso di utilizzare un numero di elementi di discretizzazione relativamente contenuto, ma il risultato è comunque sufficiente per un primo confronto con i carichi di rottura e snervamento dei materiali scelti.

L'analisi è stata svolta attraverso il software **Ansys**, il quale ha permesso di individuare gli stress equivalenti di *Von Mises* e le deformazioni. Sono state comunque dedotte delle considerazioni preliminari, al fine da circoscrivere l'analisi a casi realmente implementabili:

- Una struttura totalmente in Acciaio INOX potrebbe anche risultare più affidabile, ma il peso eccessivo, dovuto alla elevata densità del materiale, la rende decisamente svantaggiosa.
- Le geometrie poco resistenti, ovvero quelle sprovviste degli irrigidimenti (prima e seconda opzione), sono state scartate.
- Il numero degli elementi della mesh è prossima al massimo permesso dal software: questo per aumentare la confidenza nei dati elaborati.

Le analisi completate sono state quindi quattro: due configurazioni (quattro o otto correnti) per due ipotesi di lega diverse (Alluminio 8090 o 6061 con i rinforzi in acciaio).

Struttura	Materiale	Numero di nodi	Numero di elementi	Tipologia di elemento finito	Deformazione massima [mm]	Tensione massima alla von Mises [MPa]	Peso [kg]
8 correnti e centine all'inizio e fine	GUSCIO: Al 6061	27673	6551	Parallelepipedo	2,4522	17,899	105000
	CORRENTI: Al 6061						
	CENTINE: Al 6061						
8 correnti e centine all'inizio e fine	GUSCIO: Al 6061	27673	6551	Parallelepipedo	1,5	26,4	141000
	CORRENTI: acciaio						
	CENTINE: acciaio						
4 correnti e centine all'inizio e fine	GUSCIO: Al 6061	14245	2568	Parallelepipedo	2,1404	27,516	119000
	CORRENTI: acciaio						
	CENTINE: acciaio						
8 correnti e centine all'inizio e fine	GUSCIO: Al 8090	27673	6551	Parallelepipedo	1,4363	24,645	134000
	CORRENTI: acciaio						
	CENTINE: acciaio						
4 correnti e centine all'inizio e fine	GUSCIO: Al 8090	14245	2568	Parallelepipedo	1,9743	24,744	112000
	CORRENTI: acciaio						
	CENTINE: acciaio						

Figura 30: Analisi strutturali condotte.

Per le configurazioni a otto correnti risulta evidente come il campo di deformazioni abbia un'entità ridotta rispetto alla controparte a solo quattro rinforzi: la geometria più affidabile è proprio questa.

Un altro dettaglio importante che si evidenzia è la regione maggiormente sollecitata: l'attacco dei motori, dove può essere considerata applicata la spinta.

8.5 Scelta finale

La scelta finale si basa su un *trade-off* tra geometria, massa, deformazione e tensione massima. Il materiale scelto è stato Al-Li 8090 per le sue caratteristiche meccaniche migliori. Le due geometrie associate a questo materiale hanno prodotto i seguenti risultati:

- **Al-Li 8090 con quattro correnti in acciaio INOX**

Presenta un peso ragionevole nell'intorno dei 112000 kg e deformazione massima minore a 2 mm.

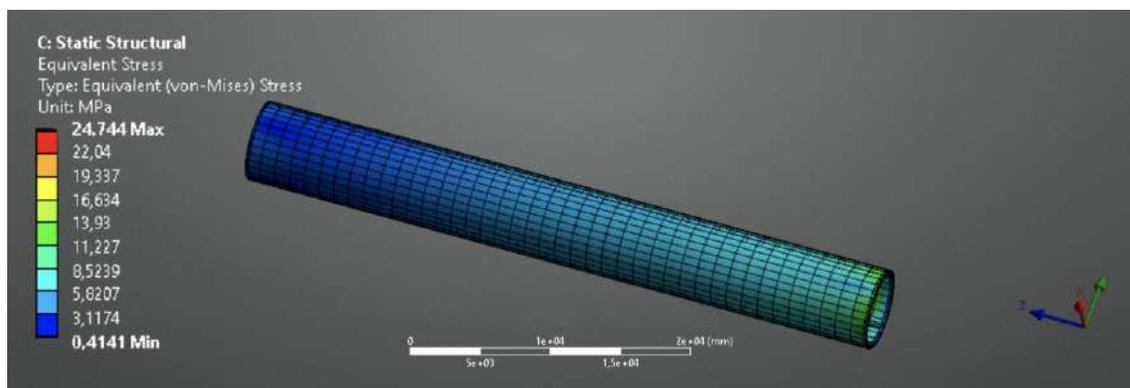


Figura 31: Quattro correnti, Tensioni Von Mises.

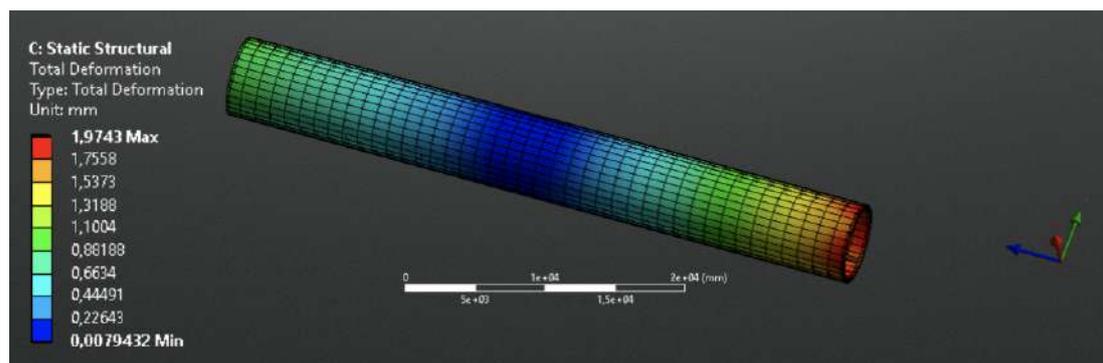


Figura 32: Quattro correnti, Deformazioni.

- **Al-Li 8090 con otto correnti in acciaio INOX**

Presenta un peso nell'intorno dei 135000 kg e deformazione massima minore a 1,5 mm.

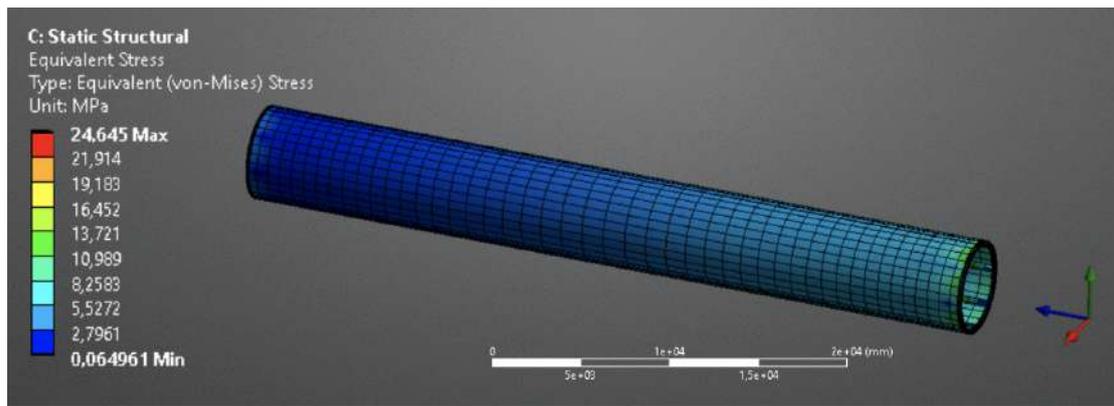


Figura 33: Otto correnti, Tensioni Von Mises.

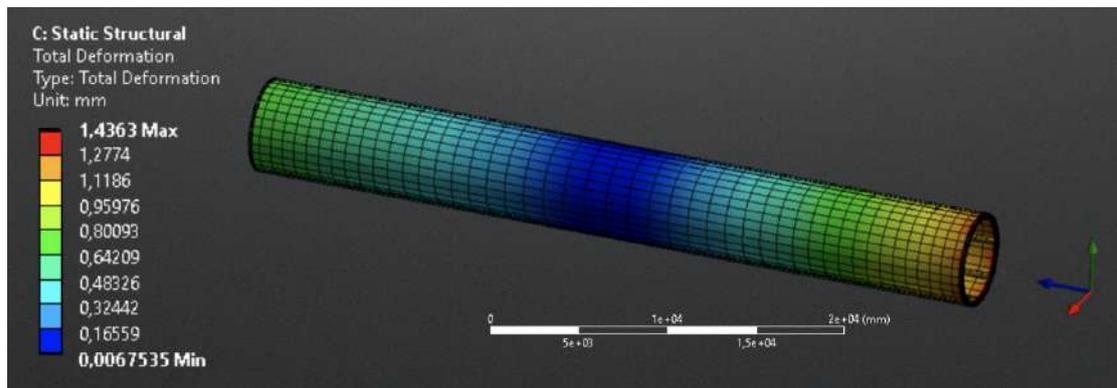


Figura 34: Otto correnti, Deformazioni.

Nella figura seguente sono riportate le varie configurazioni prese in considerazione in funzione della massa e della deformazione massima.

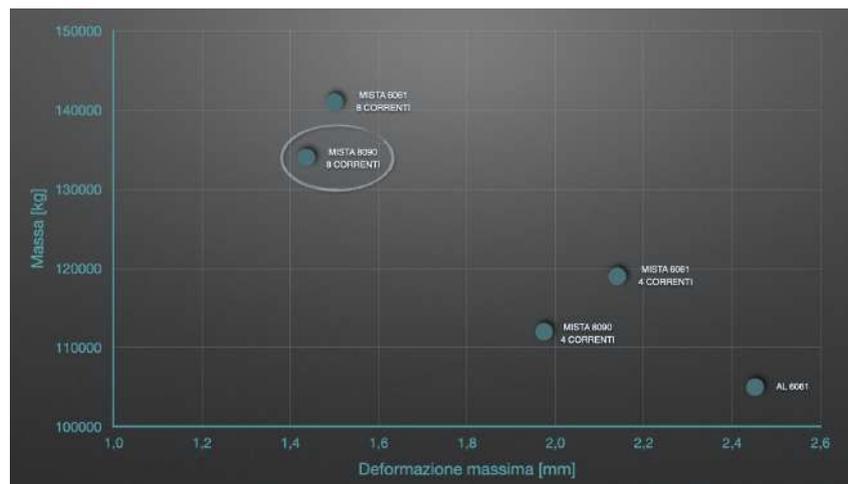


Figura 35

La scelta finale è ricaduta sulla configurazione a otto correnti, avendo privilegiato la resistenza al peso della struttura.

8.6 Carichi da lancio

L'analisi in questione riguarda la determinazione dei carichi trasmessi al payload durante la fase di lancio. Per semplicità, è stato considerato unicamente il core, mentre i booster sono stati trascurati.

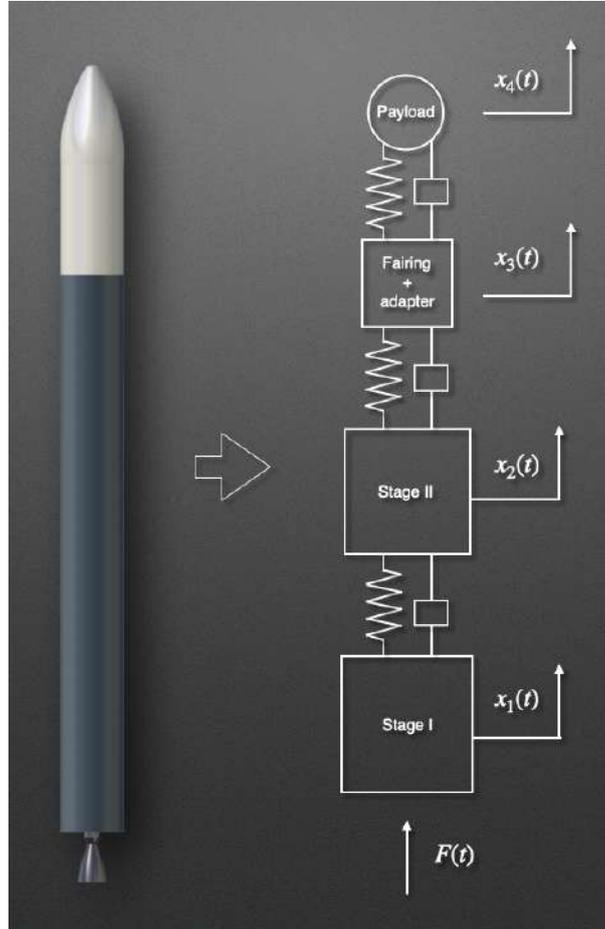


Figura 36: Sistema massa-molla-smorzatore.

Il lanciatore è stato ridotto ad un sistema *massa-molla-smorzatore* composto da quattro masse: la massa m_1 rappresenta il primo stadio, la massa m_2 il secondo stadio, la massa m_3 include sia il fairing che l'adapter, e la massa m_4 indica il payload.

Le rigidezze considerate sono quelle relative al Falcon Heavy, le quali assumono i seguenti valori:

$$k_1 = k_2 = 5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$k_3 = 1 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

Infine, i coefficienti di smorzamento sono stati trascurati.

Implementando il sistema della sovrapposizione modale sono stati determinati i risultati in figura 37.

Come si può notare, l'andamento relativo alla massa del payload è l'unico a subire un'oscillazione attorno ad un valore medio. Ciò è dovuto alla bassa rigidezza

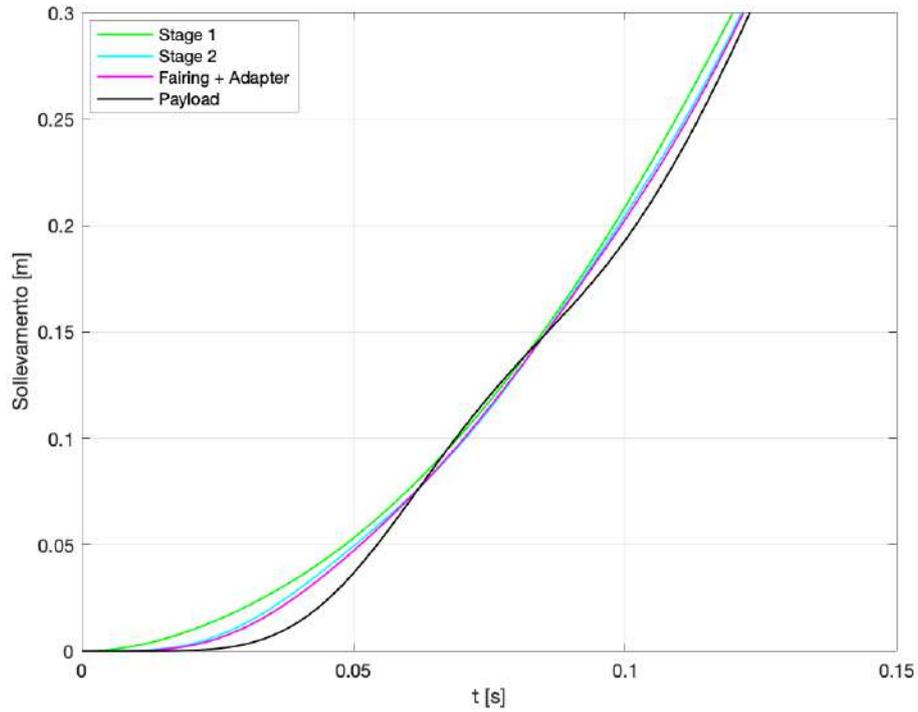


Figura 37: Diagramma di sollevamento.

dell'adapter, la quale consente di ridurre i carichi che agiscono sul payload. Tali carichi sono stati rappresentati in figura 38.

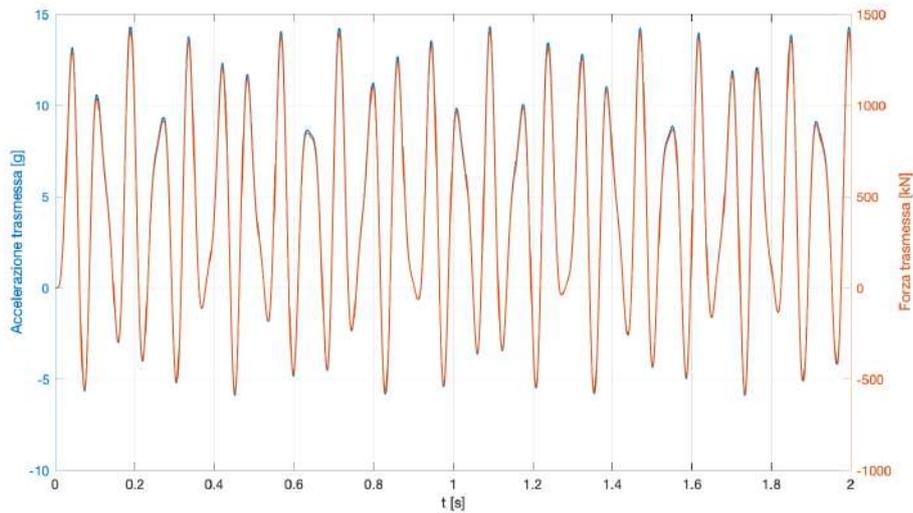


Figura 38: Carichi trasmessi al payload.

Si evince che, negli istanti iniziali del lancio, la forza trasmessa al payload varia tra -500 kN e 1410 kN, mentre l'accelerazione trasmessa è contenuta in un range che va da -5g a 15g circa.

Infine, è stata determinata la Power Spectral Density dell'accelerazione trasmessa, rappresenta in figura 39.

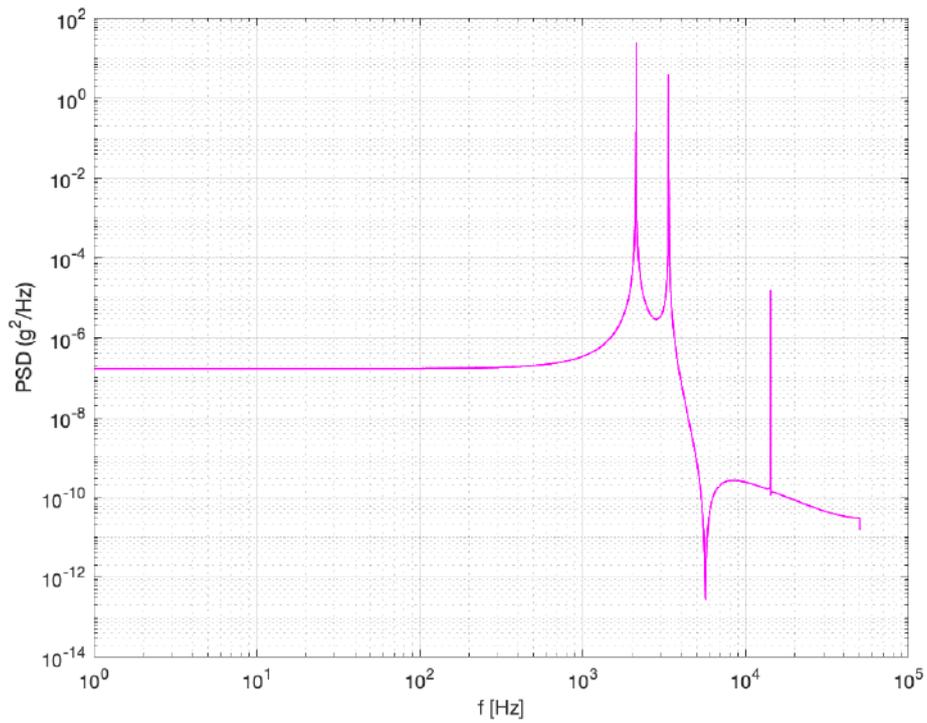


Figura 39: Power Spectral Density.

Tale parametro è utile per determinare la banda di frequenza nella quale si verificano i picchi di accelerazione. Inoltre, si ricava che la *root-mean-square* è pari a:

$$\ddot{x} = 6.25g$$

Tale parametro rappresenta il valore medio che assume l'accelerazione delle oscillazioni.

9 Riepilogo

In questo paragrafo viene mostrata la rappresentazione finale del lanciatore. Vengono inoltre riportate le caratteristiche principali dei macro-elementi che lo compongono.

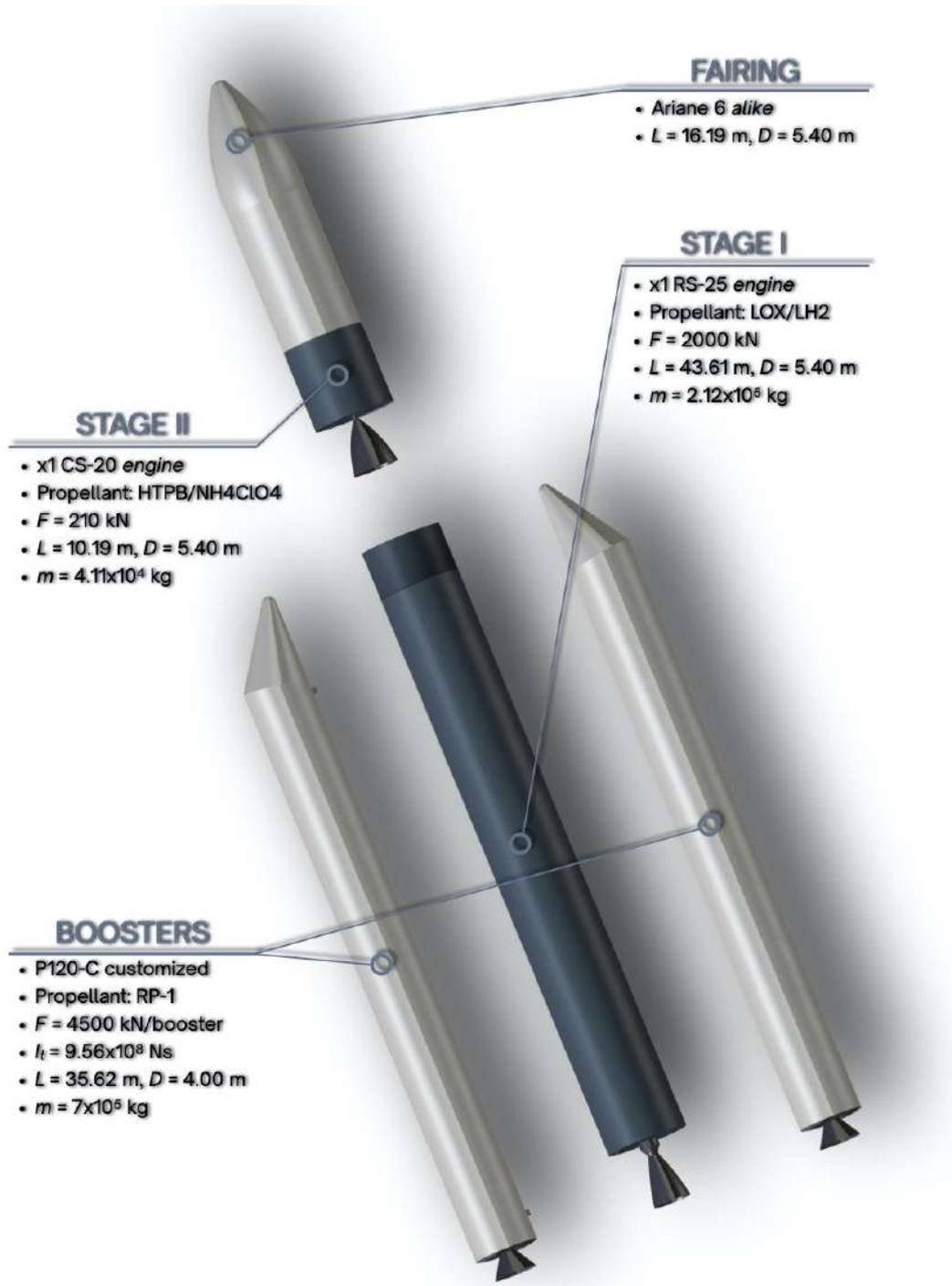


Figura 40



Figura 41

Riferimenti bibliografici

- [1] Ansys theory reference, *ANSYS Inc.*
- [2] An approach for space launch vehicle conceptual design and multi-attribute evaluation, *Rizwan Ullah, 2011.*
- [3] Ariane 5 user's manual, *Arianespace.*
- [4] Ariane 6 user's manual, *Arianespace.*
- [5] Ariane 6 – tanks structures for the new european launcher, *J. Merino, A. Patzelt, A. Steinacher, M. Windisch, G. Heinrich, R. Forster, C. Bauer.*
- [6] Atlas launch system mission planner's guide, atlas v addendum, *Lockheed Martin.*
- [7] Buckling of launch-vehicle cylinders under axial compression: A comparison of experimental and numerical knockdown factors, *H.N.R. Wagner, C. Hühne, S. Niemann.*
- [8] Drag coefficient modelling in the context of small launcher optimisation, *Alexandru-Iulian ONEL Tudorel-Petronel AFILIPOAE Ana-Maria NECULAESCU Mihai-Victor PRICOP .*
- [9] Experimentelle untersuchung der bremstemperatur und des wärmeüberganges an einfachen körpern bei Überschallgeschwindigkeit, *G. R. Eber, Peenemünde, November 1941.*
- [10] Falcon 9 user's manual, *SpaceX.*
- [11] Fluid-dynamic drag, *S. F. Hoerner, 1965.*
- [12] Handbook of cost engineering for transportation system, *Dietric Koelle, 2007.*
- [13] Artemis introducing ERSA – European experiment to monitor radiation in deep space, *Blog's ESA.*
- [14] Lander and Cislunar Gateway Architecture Concepts for Lunar Exploration *IEE Explore.*
- [15] Lunar Gateway, *Wikipedia.*
- [16] Angelic halo orbit chosen for humankind's first lunar outpost, *ESA.*
- [17] La posizione della stazione lunare, il Lunar Gateway, *FOCUS.*
- [18] Deep Space Gateway to Open Opportunities for Distant Destinations, *NASA.*
- [19] NASA's Lunar Outpost will Extend Human Presence in Deep Space, *NASA.*
- [20] The lunar gateway: a shortcut to Mars?, *The Guardian.*

- [21] Manned spacecraft design principles, *Pasquale M. Sforza*.
- [22] Multidisciplinary design optimization for expendable launch vehicles, *Francesco Castellini, pag.61-paragrafo 4.4.3*.
- [23] Naca technical note 1724. "a study of skin temperatures of conical bodies in supersonic flight, *Wilber B. Huston, Calvin N. Warfield, Anna Z. Stone. Langley Aeronautical Laboratory, October 1948*.
- [24] Naca technical note no. 1725. determination of transient skin temperature of conical bodies during short-time, high speed flight, *Langley Aeronautical Laboratory, October 1948*.
- [25] Simplified aerodynamic heating of rockets, *H.O. Toft, 2014*.
- [26] Space launch vehicle design, *David Woodward, 2017*.
- [27] Spacecraft structures, *Jacob Job Wijker*.
- [28] The practical calculation of the aerodynamic characteristics of slender finned vehicles, *J. Barrowman, M.Sc. thesis, The Catholic University of America, 1967*.
- [29] Vega c user's manual, *Arianespace*.
- [30] www.columbiadisaster.info/images/panel_9_heating_environments_547x376.jpg.
- [31] www.openrocket.sourceforge.net/techdoc.pdf.

APPENDICI

I codici implementati per tutte le analisi svolte, ed eventuale materiale aggiuntivo, sono stati inseriti in un [drive](#) a libero accesso. È inoltre presente una presentazione *power-point* aggiuntiva riguardante la stazione spaziale Lunar Gateway.

A Calcolo del ΔV per l'inserimento in NRHO

Lancio e orbita di parcheggio

Il sito di lancio considerato è posto sull'equatore (latitudine $\phi = 0^\circ$), ad una altitudine trascurabile (distanza dal centro della Terra pari al raggio della stessa). L'orbita di parcheggio terrestre è una orbita equatoriale (inclinazione orbitale $i = 0^\circ$), circolare, ad una quota media di 425 km, a cui corrisponde un raggio orbitale pari a:

$$r = r_{Terra} + h = 6796 \text{ km}$$

Un lancio di questo tipo permette di sfruttare al massimo la rotazione terrestre, con un guadagno in termini di (ΔV) pari a:

$$\Delta V_{gain} = V_{C1} - \sqrt{(V_{C1} \sin A - V_{rotazione})^2 + (V_{C1} \cos A)^2} = 0.4646 \text{ km/s}$$

Dove

$$A = \sin^{-1} \left(\frac{\cos i}{\cos \phi_0} \right) = 90^\circ$$

$$V_{rotazione} = \omega_{r_{terra}} = 0.4646 \text{ km/s}$$

Il mantenimento dell'orbita di parcheggio scelta richiede una velocità orbitale dello spacecraft pari a:

$$V_{C1} = \sqrt{\mu_{terra}} = 7.659 \text{ km/s}$$

In condizioni ideali il lanciatore dovrebbe garantire quindi un

$$\Delta V = V_{C1} - V_{rotazione} = 7.1944 \text{ km/s}$$

per il raggiungimento dell'orbita di parcheggio.

Questo valore esclude per definizione la presenza di una serie di fenomeni dissipativi, principalmente per effetti aerodinamici, gravitazionali e di disallineamento della spinta; si stima una perdita complessiva pari a:

$$\Delta V_{loss} = 1.8 \text{ km/s}$$

(dato ricavato dalla letteratura disponibile sulle missioni Saturn V durante il programma Apollo).

Per la riuscita della missione nelle condizioni reali il lanciatore dovrà poter fornire anche questo ΔV supplementare, portando quindi la richiesta complessiva ad un valore di:

$$\Delta V + \Delta V_{loss} = 8.9944 \text{ km/s}$$

Trasferimento di Hohmann per lo spazio lunare

L'orbita di trasferimento di Hohmann consiste in una semiellisse tangente all'orbita di parcheggio terrestre (che corrisponde al suo pericentro) e all'orbita lunare nel suo perilunio (che corrisponde invece all'apocentro).

Si è scelta questa manovra perché si dimostra essere quella che richiede al propulsore il minor ΔV ; essa è completata attraverso due accensioni impulsive dei propulsori:

- la prima, al pericentro, per fornire il ΔV necessario per la modifica dell'orbita di partenza in quella di trasferimento;
- la seconda, all'apocentro, per la modifica dall'orbita di trasferimento a quella target.

Il valore perigeale della velocità di sostentamento dell'orbita di trasferimento è pari a:

$$V_{h1} = \sqrt{\frac{2\mu_{Terra}}{r - \frac{\mu_{Terra}}{a_{Hohmann}}}} = 10.74 \text{ km/s}$$

Ricordando che l'orbita di partenza è l'orbita di parcheggio terrestre, a cui corrisponde una velocità già acquisita di 7.659 km/s, risulta che la prima accensione deve garantire un ΔV_1 pari a

$$\Delta V_1 = V_{h1} - V_{c1} = 3.077 \text{ km/s}$$

Inserimento in orbita HALO

Questa fase rappresenta la seconda accensione di una manovra di Hohmann, si tratta di una accensione retrograda necessaria per trasformare l'orbita di trasferimento nell'orbita finale.

Nel nostro caso l'orbita target è l'orbita NRHO; per una questione di semplificazione dei calcoli a questo livello si è deciso di considerare questa speciale orbita come ellittica, puramente lunare (influenza del solo campo gravitazionale lunare) e complanare a quella terrestre di parcheggio.

I parametri orbitali principali sono:

- Raggio al perilunio: 3000 km;
- Raggio apolunio: 70000 km;
- Eccentricità: $e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = 0.9178$.
- Semiasse maggiore orbita: $a_{Halo} = \frac{r_p + r_a}{2} = 36500 \text{ km}$;

La velocità dello spacecraft all'apocentro della semiellisse di Hohmann è calcolabile tramite:

$$V_{h2} = \sqrt{\frac{2\mu_{Terra}}{2a_{Hohmann} - r} - \frac{\mu_{Terra}}{a_{Hohmann}}} = 0.1884 \text{ km/s}$$

Al termine della seconda accensione questo punto diverrà il perilunio dell'orbita Halo, a cui è associato il valore di velocità:

$$V_H = \sqrt{\frac{2\mu_{Luna}}{r_p} - \frac{\mu_{Luna}}{a_{Halo}}} = 1.7704 \text{ km/s}$$

Risulta evidente che questa seconda accensione deve fornire un ΔV pari a:

$$\Delta V_2 = V_H - V_{h2} = 1.5818 \text{ km/s}$$

ΔV di missione

La missione in oggetto avrà una richiesta complessiva di ΔV pari a: (da verificare tramite Tsiolkovsky)

$$\Delta V_{mission} = V_{c1} + \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_{loss} - \Delta V_{gain} = 13.6532 \text{ km/s}$$

B Moltiplicatori di Lagrange

Il problema di ottimizzazione dei Mass Ratio di ogni Stage del veicolo si pone come obiettivo quello di trovare i valori ottimali dei Mass Ratio in modo tale da minimizzare la massa totale al decollo m_0 (GLOM, Gross Lift-Off Mass) per una specifica massa di Payload e un determinato $\Delta V_{mission}$.

$$m_0 = \sum_{k=1}^N m_{s,k} + m_{p,k} + m_{pl}$$

m_{pl} =Payload mass

$m_{s,k}$ =massa strutturale k-Stage

$m_{p,k}$ =massa propellente k-Stage

Dividendo tale relazione per la Payload Mass, è possibile scrivere la funzione obiettivo (GLOM) in funzione dei Mass Ratio Λ_k di ogni Stage. Per cui, utilizzando le definizioni di Λ_k e ε_k

$$\Lambda_k = \frac{m_{0,k}}{m_{s,k} + m_{pl,k}}$$

con $m_{0,k}$ =massa iniziale k-Stage

$$\varepsilon_k = \frac{m_{s,k}}{m_{s,k} + m_{p,k}}$$

con ε_k =Structural Ratio

$$\frac{m_0}{m_{pl}} = \sum_{k=1}^N \frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k}$$

Inoltre, risulta conveniente applicare la funzione logaritmo naturale ad entrambe le parti dell'equazione, in modo da ottenere la seguente funzione più facilmente differenziabile

$$\ln \left(\frac{m_0}{m_{pl}} \right) = \sum_{k=1}^N \ln \left(\frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \right)$$

Per concludere la formulazione del problema di ottimizzazione occorre definire la funzione di vincolo (Constraint Function). In questa specifica problematica, occorre assicurare che il veicolo di lancio fornisca l'energia necessaria ad arrivare nell'orbita desiderata, perciò

$$\Delta V_{vehicle} = k = \sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k = \Delta V_{mission}$$

Il processo di ottimizzazione può, quindi, essere formulato come:
Minimizzare

$$\sum_{k=1}^N \ln \left(\frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \right)$$

soggetto a

$$\sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k = \Delta V_{mission}$$

Metodo dei Moltiplicatori

Affinché il metodo sia applicabile, è necessario inserire dei valori in input: Exhaust Velocity C_k , numero degli stage N , Structural Ratio ε_k , $\Delta V_{mission}$ e Payload Mass m_{pl} .

Introducendo il Moltiplicatore di Lagrange \mathbf{p} , esplicitiamo e combiniamo le due funzioni esposte in precedenza

$$f^* = \sum_{k=1}^N \ln \left(\frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \right) + p \left(\sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k - \Delta V_{mission} \right)$$

La seconda sommatoria è la "Constraint Function" \mathbf{g} .

Espandendo il logaritmo

$$f^* = \sum_{k=1}^N [\ln 1 - \varepsilon_k + \ln(\Lambda_k) - \ln(1 - \varepsilon_k \Lambda_k)] + p \left(\sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln(\Lambda_k) - \Delta V_{mission} \right)$$

e differenziando rispetto a Λ_k , si ottiene

$$\frac{\partial f^*}{\partial \Lambda_k} = \frac{1}{\Lambda_k} + \frac{\varepsilon_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} + p \cdot C_k \frac{1}{\Lambda_k} = 0$$

Eguagliando la derivata appena ricavata a zero, si ricava un'espressione per Λ_k

$$\Lambda_k = \frac{1 + p \cdot C_k}{p \cdot C_k \cdot \varepsilon_k}$$

È possibile, ora, riformulare la Constraint Function \mathbf{g} , sostituendo al suo interno la relazione di Λ_k trovata in precedenza, ottenendo così

$$\sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \left(\frac{1 + p \cdot C_k}{p \cdot C_k \cdot \varepsilon_k} \right) = \Delta V_{mission}$$

L'equazione così scritta è di tipo trascendentale avente una singola incognita p ed è risolvibile tramite metodi iterativi.

Il metodo iterativo utilizzato largamente è il metodo di Newton, che viene implementato partendo da un valore ipotizzato iniziale di radice (valore incognito), approssimando, in seguito, la funzione secondo la tangente in tale punto e infine, computando il punto d'intersezione della tangente con l'asse delle ascisse; questo procedimento viene ripetuto fino a raggiungere un valore sufficientemente accurato per la nostra soluzione.

La soluzione appena ricavata fornisce il valore del moltiplicatore di Lagrange p , con il quale è possibile ottenere i valori ottimali di Mass Ratio per ogni Stage Λ_k del

veicolo spaziale e, di conseguenza, dei Payload Ratio di ogni Stage λ_k , utilizzando l'equazione

$$\lambda_k = \frac{\Lambda_k \varepsilon_k - 1}{1 - \Lambda_k}$$

Con i valori noti di Payload Ratio, è possibile calcolare le masse di ogni Stage, partendo dallo stage N, sfruttando la definizione di λ_k e invertendola

$$m_N = \frac{m_{pl}}{\lambda_N}$$

$$m_{N-1} = \frac{m_{pl} + m_N}{\lambda_{N-1}}$$

$$m_1 = \frac{m_{pl} + m_N + m_{N-1} + \dots + m_2}{\lambda_1}$$

Infine, si ottiene il minimo valore di **GLOM** tramite la relazione

$$m_0 = \sum_{k=1}^N m_k + m_{pl}$$

C Dimensionamento

Per il dimensionamento di base si è partiti dalla conoscenza delle masse ottenute in analisi TOPSIS e dalla definizione di una serie di parametri, caratterizzanti i sistemi in uso:

- Accelerazione gravitazionale posta a 9.8065 m/s
- Mixture ratio di 4 (si è scelto un valore leggermente inferiore a quello classico per renderlo un parametro più dimensionante)
- Densità combustibile (LH_2): 69.5 kg/m³
- Densità ossidante (LO_2): 1141 kg/m³
- Dimensioni del fairing del payload bay in base al modulo più ingombrante del Lunar Gateway: Diametro 4 m, Lunghezza 7 m

La scelta per i propulsori da adottare nella nostra configurazione è ricaduta su:

	Booster	Primo stadio	Secondo stadio
Motore	ESR Custom	Vulcain MK3	CS-20
Spinta [N]	$3.47 \cdot 10^6$	$1.326 \cdot 10^3$	$210 \cdot 10^3$
Diametro [m]	3.02	2.56	2.9
Lunghezza [m]	20.55	3	3.85
Isp [s]	260.03	412	443
T/W	1.8521	1.25	0.4

Sono stati scelti dei motori disponibili sul mercato per la semplicità del calcolo di lunghezze e diametri.

Per i booster si è resa necessaria una modifica dei valori reali: si è considerato ESR del Ariane 6, ma ingrandito fino alla massa richiesta dall'analisi TOPSIS. Si è deciso quindi di mantenere il raggio costante ed aumentare la lunghezza (ipotizzando l'aumento del numero di grani all'interno); la spinta rimane invariata ma cambia l'impulso finale.

Il diametro dello stadio è stato ricavando partendo dall'ingombro dei motori: si è innanzitutto verificato il numero di motori necessario per ogni stadio, per poi usare una formula semi-geometrica per ottenere il minimo diametro accettabile dello stadio.

Per il numero di motori si è valutata la spinta richiesta allo stadio

$$T_{req} = \frac{T}{W} \cdot g \cdot m_{accensione} - T_{booster}$$

In cui il valore di T/W del primo e del secondo stadio sono ottenuti dalla valutazione di lanciatori simili e la spinta dei booster è presente solo al primo stadio. Si è poi verificato quante volte la spinta del singolo motore fosse necessaria per almeno eguagliare quella necessaria.

Il diametro dello stadio è poi ricavato dalla formula:

$$D = 1.3 \cdot D_{engine} \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos(30)}\right)$$

valida per il caso di 3 motori.

La stessa procedura si applica per il ricavare il diametro del secondo stadio, dove troveremo un solo motore. Dal momento che il secondo stadio opera nel vuoto, il diametro del motore non e' direttamente correlato al diametro dello stadio, ma per diminuire le forze aerodinamiche al decollo si è fatto un trade-off tra il diametro del primo stadio e il diametro del fairing.

Una volta noto il numero di motori, conosciamo la spinta che e' in grado di fornire ogni stadio, e da [21] troviamo la equazione che permette calcolare la durata dell'accensione per ogni stadio:

$$t_{bo_i} = \frac{m_{prop_i}/m_{TO}}{T_i/(m_{TO} \cdot g)} \cdot Isp_i$$

Noto il tempo e la massa possiamo calcolare la portata.

Il dimensionamento dei serbatoi comincia dall'ipotizzare la loro forma: per il primo e secondo stadio si e' scelta una configurazione a tandem, con il serbatoio di LH2 in alto. Si sceglie inoltre un serbatoio cilindrico, ai cui estremi si aggiungono delle calotte pseudo-sferiche.

Si ipotizza in prima approssimazione di avere un diametro del cilindro dei serbatoi quasi coincidente con quello esterno dello stadio (l'analisi di questo spessore sarà approfondito dall'analisi strutturale). Si procede quindi al calcolo del volume di propellente e di ossidante necessario allo stadio, nota massa, mixture ratio e densità. Il calcolo delle dimensioni dei serbatoi è quindi semplicemente svolto da alcune semplici formule:

$$V_i = 1.05 \cdot \frac{m_i}{\rho_i}$$

$$V_{calotta} = 2\pi \cdot \frac{r_i^3}{3}$$

$$L_{cilindro_i} = \frac{(V_i - 2 \cdot V_{calotta})}{(\pi \cdot r_i^2)}$$

$$L_{calotta_i} = \frac{r_i}{3}$$

$$L_i = L_{cilindro} + 2 \cdot L_{calotta}$$

Queste operazioni sono state poi ripetute anche per il secondo stadio, assumendo una forma dei serbatoi simile, ma il cui raggio è 1.2 quello del motore.

In una configurazione di tipo tandem i serbatoi sono posti uno sopra l'altro: l'altezza dello stadio può essere quindi considerato in prima approssimazione come la somma delle altezze dei serbatoi inseriti e del motore associato allo stadio.

$$L_{stadio} = L_{ox} + L_{fuel} + L_{engine}$$

Questa operazione si ripete per ogni stadio, e si ricava infine l'altezza del lanciatore come la somma dell'altezza di ogni singolo stadio.

$$L_{TOT} = L_{stage1} + L_{stage2} + L_{fairing}$$

D Aerotermodinamica

D.1 Aerodinamica

Definizione del coefficiente aerodinamico

La determinazione delle caratteristiche aerodinamiche di un lanciatore è un'operazione molto complessa a causa della quantità di variabili che entrano in gioco, tra cui importanti gli effetti di compressibilità dovuti all'alto numero di Mach che si raggiunge. Per studi più avanzati si può ricorrere a studi *CFD* (*Computational Fluid dynamics* - Fluidodinamica computazionale) che permettono, con un costo computazionale ingente, di determinare con ottimi risultati il campo di moto attorno al lanciatore.

Per le prime fasi di progetto è comunque necessario avere almeno delle informazioni significative, per quanto basilari, del comportamento aerodinamico: ciò si può ottenere dalla stima dei coefficienti aerodinamici, in particolar modo quello di principale interesse è quello è il coefficiente di resistenza.

La stima viene ricavata attraverso dei metodi semi-empirici che si basano sulla normalizzazione della forza aerodinamica rispetto alla pressione dinamica (“ q ”) e ad una area di riferimento (“ A_{ref} ”), che per il lanciatore si riconduce alla sezione di ingombro trasversale:

$$C_d = \frac{D}{qA_{ref}}$$

Il lanciatore ha una geometria complessa da considerare nella sua interezza, si è deciso quindi di suddividerlo in geometrie più semplici su cui calcolare i coefficiente, per poi combinarli assieme per ottenere il risultato globale:

$$C_{d,system} = \sum_i^N \frac{A_i}{A_{ref}} C_{d,i}$$

A_i intende l'area di riferimento per la singola geometria.

La presenza dei booster rappresenta una ulteriore complicazione nella trattazione: questi sono posti in parallelo rispetto al primo stadio, ma bisogna tenere conto dell'interferenza aerodinamica che si presenta all'interfaccia booster-core, cosa che il metodo ancora non prevede. Si introduce quindi un coefficiente correttivo per i booster K_{Cd} che rappresenti questa interferenza. Il coefficiente di resistenza esplicitato è quindi:

$$C_d = \frac{K_{Cd}C_{d,booster}A_{ref,booster1} + C_{d,core}A_{ref,core} + K_{Cd}C_{d,booster2}A_{ref,booster2}}{A_{ref,booster1} + A_{ref,core} + A_{ref,booster2}}$$

$K_{Cd} = 0.9$ IL coefficiente di attrito di ogni componente si origina da tre contributi principali:

$$C_d = C_{d,f} + C_{d,b} + C_{d,p}$$

$C_{d,f} = \text{Skinfrictiondrag}$ $C_{d,b} = \text{Basedrag}$ $C_{d,p} = \text{Bodypressuredrag}$

Skin friction drag

Lo *Skin friction drag* è il contributo alla resistenza delle azioni viscosi. Utilizzando il modello proposto da *Barrown* è possibile stimare questo contributo al variare del Mach sia per flusso laminare, che turbolento. Analizzando la fase di ascesa di un razzo al lancio è facilmente riscontrabile come il flusso sia praticamente sempre turbolento (il flusso laminare è circoscritto ai primi istanti di volo, quando le velocità sono ancora contenute).

Il modello prevede:

$$C_{d,f} = \begin{cases} C_f(1 - M^2) & M \leq 0.8 \\ \frac{C_f}{(1+0.15M^2)^{0.58}} & M > 0.8 \end{cases}$$

C_f è il *coefficiente di skin friction*, modellabile come una funzione del numero di Reynolds, della rugosità superficiale R_S e della lunghezza del lanciatore L .

$$C_{d,f} = \begin{cases} \frac{0.664}{\sqrt{Re}} \\ \frac{0.445}{\log_{10} Re^{2.58}} - \frac{1700}{Re} \\ 0.032 \left(\frac{R_S}{L}\right)^{0.2} \end{cases}$$

Il Reynolds critico si pone pari a

$$Re_{s,critico} = 51 \left(\frac{R_S}{L}\right)^{-1.039}$$

Essendo stato già osservato il tipo di flusso da adottare (turbolento) l'analisi procede con questa ipotesi. Inoltre, è necessario identificare un'area di riferimento per l'equazione del C_d : è stata scelta l'area bagnata.

Body pressure drag

Il *Body pressure drag* nasce dalle forze di pressione che agiscono lungo la superficie del lanciatore. Il contributo è legato agli stadi principali e a quelli di transizione. Il nostro lanciatore non prevede al momento stadi ausiliari, ma il modello è stato sviluppato con la capacità di poterli aggiungere in un secondo momento, qualora diventasse necessario.

Per lo stadio di transizione positiva si considera un cono avente lo stesso angolo di conicità e come area di riferimento la differenza tra le due basi; per la transizione negativa invece, si utilizza il modello proposto in [8] (determinando il coefficiente attraverso specifici parametri geometrici e al numero di Mach).

Il contributo principale della *body pressure drag* è dato dal fairing; questo può essere sviluppato con diverse geometrie: *Conica*, *Ellittica*, *Parabolica*, *Ogiva di Von Karman* (L-D Haack series) oppure *L-v series*. Per un fairing conico si ha:

$$C_{d,p,M} = 0.8 \sin^2 \phi$$

ϕ =angolo del cono.

$$C_{d,p,M} = \sin \phi$$

Per Mach superiori a 1.3 si utilizza la relazione fornita da Hoerner [11]:

$$C_{d,p} = 2.1 \sin^2 \phi + 0.5 \frac{\sin \phi}{\sqrt{M^2 - 1}}$$

Invece, come suggerito da [31], quando il Mach è inferiore a 1.3 si può utilizzare la relazione:

$$C_{d,p} = aM^b + C_{d,p,M=0}$$

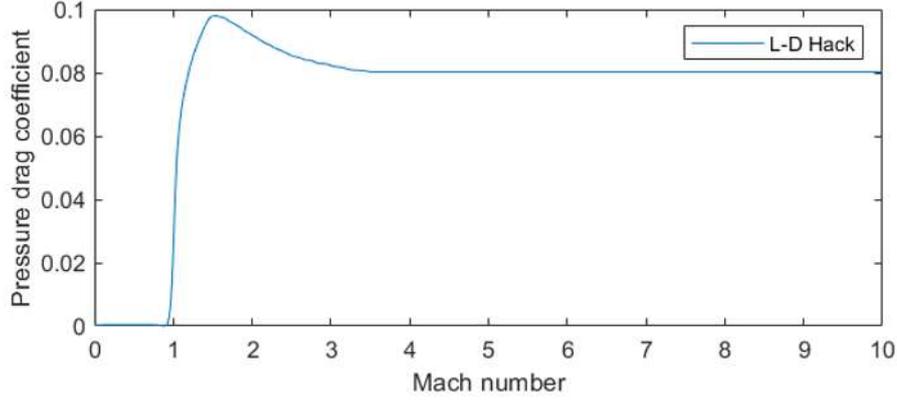
Dove a e b sono definite a partire dalle equazioni prima illustrate. Questa relazione risulta particolarmente utile perchè in grado di modellare anche le geometrie più complesse. Se il fairing è ogivale allora si può introdurre un parametro K che rappresenti il tipo di ogiva, con valori tra 0 ed 1 (1 rappresenta l'ogiva tangente). In caso di forme più generali si introduce il *fairing fineness ratio*:

$$f_N = \frac{L_{fairing}}{D_{fairing}}$$

Si introduce il *bluntness ratio* B_r :

$$B_r = \frac{R_n}{R_f} = \frac{noseradius}{fairingbaseradius}$$

Analizzando i dati presenti nei report NACA è possibile ricavare un'espressione empirica del C_d in funzione del Mach:



Per le altre tipologie di fairing si procede in maniera analoga:

$$C_{d,p,f_n=0} = 0.85 \frac{q_s}{q}$$

$$\frac{q_s}{q} = \begin{cases} 1 + \frac{M^2}{4} + \frac{M^4}{40} & M \leq 1 \\ 1.84 - \frac{0.76}{M^2} + \frac{0.166}{M^4} + \frac{0.1035}{M^6} & M > 1 \end{cases}$$

Per le geometrie complesse si adotta una soluzione differente [31]: si determina la pressure drag di un cono dal simile *fineness ratio* (pari a 3, ottenuto dai dati sperimentali). Si calcola quindi la pressure drag di un blunt cylinder utilizzando le equazioni già descritte e si interpola il tutto rispetto la relazione con a e b .

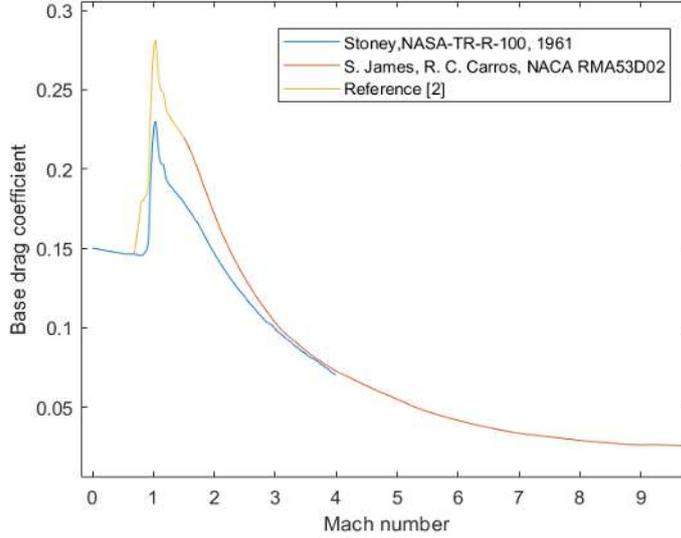
$$\frac{q_s}{q} = \begin{cases} a = C_{d,p,f_n=0} \\ b = \log_4 \frac{C_{d,p,f_n=0}}{C_{d,p,f_n=3}} \end{cases}$$

$$C_{d,p,blunt} = C_{d,p,sharp} F_{c,r}$$

$$F_{c,r} = 1 - 0.16B_r + 4.6B_r^2$$

Base drag

Il *Base drag* è il contributo dovuto all'area di minore pressione che si instaura a valle di un brusca riduzione della sezione (ad esempio alla base del lanciatore). Essendo questa una caratteristica è fortemente influenzata dalla separazione si è deciso di stirmarla attraverso dei modelli sperimentali NACA per i missili [8].



D.2 Termodinamica

La stima del flusso termico richiederebbe un calcolo termodinamico di grande complessità ma, vista la configurazione assimilabile al cono del fairing, si può utilizzare un metodo semplificato, adatto per i corpi conici con angolo $20^\circ < \beta < 50^\circ$, valido fino alla quota di $43km$ circa (per quote superiori rappresenta comunque una buona approssimazione di riferimento) e per un range di Reynolds tra $2 \cdot 10^5$ e $2 \cdot 10^6$. Un'ultima ipotesi è che la trasmissione del calore sia istantanea, per considerare il profilo di temperatura uniforme.

Il flusso di calore entrante al lanciatore può essere espresso come

$$\dot{Q}_1 = h(T_B - T_S)$$

(T_B è la temperatura dello strato limite e T_S è la temperatura della superficie del lanciatore)

Il coefficiente di scambio termico h è determinato sperimentalmente [9]. Si assume \dot{Q}_1 quale il contributo principale al flusso di calore, trascurando le altre possibili sorgenti. Il lanciatore dissipa calore per radiazione principalmente.

$$\dot{Q}_2 = \epsilon \sigma T_S^4$$

($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W K^4}{m^2}$ è la costante di Boltzmann e ϵ è l'emissività della superficie, che se non è nota a priori si può assumere pari a $\epsilon = 0.4$)

Durante un intervallo di tempo dt , l'equilibrio termico sulla superficie è:

$$G dT_S = dt(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2)G \frac{dT_S}{dt} + hT_S + \epsilon \sigma T_S^4 = hT_B$$

G è la capacità termica della superficie (unità di misura $\frac{JK}{m^2}$) ed è il prodotto del calore specifico, della densità e dello spessore del materiale

$$G = c\rho\tau$$

Per un oggetto a velocità costante, il termine $\frac{dT_s}{dt} \rightarrow 0$, quindi la superficie tende ad una temperatura di equilibrio, determinata dall'equazione:

$$hT_{S,eq} + \epsilon\sigma T_{S,eq}^4 = hT_B h = \frac{\epsilon\sigma T_{S,eq}^4}{(T_B - T_{S,eq})}$$

In caso di arresto isentropico (apice del cono) la temperatura che si raggiunge è la temperatura di arresto; per il resto del corpo la temperatura di strato limite sarà leggermente inferiore a quella di arresto.

La temperatura di arresto (o temperatura totale) T_{st} si ricava, supponendo il calore specifico indipendente dalla temperatura stessa, dalla temperatura del flusso libero T_{fs} e dalla velocità V_{fs} :

$$T_{sf} = T_{fs} + \frac{V_{fs}^2}{2C_p}$$

In realtà il calore specifico non è costante: potrebbe diventare necessaria una correzione per le alte velocità.

La temperatura di strato limite si lega alla temperatura totale con la relazione

$$K = \frac{T_B - T_{fs}}{T_{st} - T_{fs}}$$

K è il fattore di recupero (pari a $K = 0.89$ per corpi conici con angoli di $20^\circ - 50^\circ$ [9]). L'aumento della temperatura di strato limite è quindi espressa con

$$(T_B - T_{fs}) = K(T_{st} - T_{fs}) = K\left(\frac{V_{fs}^2}{2C_p}\right)$$

Il trasferimento di calore si può empiricamente rappresentare con la formula [9]:

$$h = \left(0.0071 + 0.0154\sqrt{\beta}\right) \frac{k}{l} Re^{0.8}$$

k è la conducibilità termica dell'aria, l la lunghezza caratteristica, (definita come la lunghezza del cono [9]), Re è il numero di Reynolds e β è l'angolo del vertice del cono. Sostituendo il numero di Reynolds si ottiene:

$$h = \left(0.0071 + 0.0154\sqrt{\beta}\right) \frac{1}{l^{0.2}} \left(\rho_{fs} u_{fs}\right)^{0.8} \frac{k}{\mu^{0.8}}$$

μ è la viscosità dinamica dell'aria.