

# POLITECNICO DI TORINO

DIMEAS - DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E AEROSPAZIALE



## ERMES-1

SQUADRA S1 - PROF. ALFONSO PAGANI

*Corso di Progettazione di Veicoli Aerospaziali*

PROF. ERASMO CARRERA

## Sommario

Le seguenti pagine riportano i risultati e le metodologie seguite riguardo il lavoro svolto dalla squadra S1 nello sviluppare il progetto del lanciatore **ErmeS-1**.

ErmeS-1 sarà in grado di portare in prossimità della ISS un Payload, che si ipotizza possa essere un modulo inflatabile, di circa 3.5 tonnellate e dimensioni 3 metri per 4 di diametro, con la peculiarità (ad oggi riscontrata solo su alcuni lanciatori SpaceX) di poter recuperare oltre i booster anche il primo stadio.

Lo studio è stato svolto nelle principali aree del progetto spaziale: analisi di missione, propulsione, struttura, costi ed aerodinamica con un continuo scambio di dati e confronto sulla ricerca dell'ottimo sotto quanti più aspetti possibili.

Il risultato è stato un lanciatore in linea con gli attuali competitor che con il recupero del solo primo stadio abbatta i costi di lancio, coprendo i costi di un lancio aggiuntivo solo dopo 5 utilizzi e che visto l'utilizzo di tecnologie attualmente disponibili (es. motori, booster e materiali) potrebbe essere sviluppato ed entrare in servizio in tempi brevi per il settore.

## Autori

### *Squadra S1:*

Giammarco Alessandrino, Davide Allaio, Alessandra Alliney, Corrado Amato, Michele Ardillo, Rosario Aresco, Andrea Baglieri, Francesco Balestrieri, Giulia Barbero, Riccardo Barbieri, Sibilla Bergamini, Daniele Bertrando, Edoardo Beatrice, Francesco Bellelli, Marco Berthelot, Zakaria Bhiry, Massimo Bigi, Jessica Boazzo, Giada Brandi, Andrea Caramazza, Davide Castellana, Emanuele Chiavetta, Marina Coco, Marco Coppola, Antonio Iannello, Edoardo D'Ippolito, Cristiano Garino, Davide Longo, Davide Vincenzo Lo Re, Francesco Lopez, Chiara Lughì.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Analisi statistica</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Profilo di missione</b>	<b>4</b>
3.1	Calcolo preliminare . . . . .	4
3.2	Analisi di dettaglio . . . . .	5
3.2.1	Fase di volo atmosferico . . . . .	5
3.2.2	Fase di volo orbitale . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Configurazione del lanciatore</b>	<b>11</b>
4.1	Analisi per la scelta dei booster . . . . .	11
4.2	Analisi per la scelta dei motori . . . . .	12
4.3	Processo di ottimizzazione . . . . .	13
4.3.1	Configurazione ottimale . . . . .	15
4.4	Configurazione dei motori . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Analisi TOPSIS</b>	<b>18</b>
5.1	Scelta dei parametri . . . . .	18
5.1.1	Indice di operabilità e manifatturabilità . . . . .	19
5.1.2	Costo . . . . .	19
5.2	Scelta della configurazione . . . . .	20
<b>6</b>	<b>Struttura</b>	<b>22</b>
6.1	Scelta del materiale . . . . .	22
6.2	Scelta degli irrigidimenti . . . . .	25
6.3	Modello NASA SP-8007 . . . . .	26
6.3.1	Carico critico al variare dei numeri d'onda . . . . .	28
6.4	Carico critico Euleriano . . . . .	28
6.5	Ottimizzazione della geometria . . . . .	29
6.5.1	Vincoli ed obiettivi . . . . .	29
6.5.2	Risultati . . . . .	29
6.6	Modello FEM . . . . .	30
6.6.1	Costruzione del modello . . . . .	30
6.6.2	Impostazione dell'analisi di Buckling . . . . .	31
6.6.3	Risultati e confronto rispetto al NASA-SP8007 . . . . .	31
6.6.4	Inertial Relief . . . . .	33
6.7	Modello dinamico a 5 gradi di libertà . . . . .	36

<b>7</b>	<b>Aerotermodinamica</b>	<b>38</b>
7.1	Modello per la stima del $C_d(M)$	38
7.2	Verifica del modello al CFD	40
7.2.1	Impostazione delle Simulazioni	40
7.2.2	Risultati	42
7.3	Definizione della geometria del fairing	44
7.3.1	Stima preliminare della massa	44
7.3.2	Progetto dell'ogiva	44
7.4	Flusso di Calore	47
7.4.1	Calcoli	48
<b>8</b>	<b>Studio sulla riutilizzabilità</b>	<b>51</b>
8.1	Costi	51
8.1.1	Stima dei costi di produzione, di recupero e manutenzione	51
8.1.2	Risultati	52
8.2	Propulsione	53
8.2.1	Risoluzione approssimata	53
8.2.2	Risultati	54
8.3	Struttura	56
8.3.1	Analisi di propagazione della cricca	56
8.3.2	Risultati	58
<b>9</b>	<b>Riepilogo</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Calcolo <math>\Delta V</math> di missione</b>	<b>61</b>
A.1	Calcolo preliminare	61
A.1.1	Trasferimento all'orbita di parcheggio	61
A.1.2	Trasferita di Hohmann dall'orbita di parcheggio all'orbita finale	62
A.1.3	De-orbiting	62
A.2	Analisi di dettaglio	63
<b>B</b>	<b>Dettagli sul calcolo strutturale</b>	<b>66</b>
B.1	Costanti elastiche	66
<b>C</b>	<b>Metodo di ottimizzazione degli stadi</b>	<b>68</b>
C.1	Equazione di Tsiolkovsky	68
C.2	Parametri lanciatore multistadio	69
C.2.1	Staging seriale	70
C.2.2	Staging parallelo	70
C.3	Formulazione del problema	71
C.4	Calcolo della GLOM	72
C.5	Considerazioni sullo Staging parallelo	73
<b>D</b>	<b>Modello per il calcolo del <math>C_d</math></b>	<b>74</b>
D.1	Coefficiente di Resistenza di Attrito	76
D.2	Coefficiente di Resistenza di Pressione	76
D.3	Coefficiente di Resistenza di Base	80

# Capitolo 1

## Introduzione

Negli ultimi decenni il crescente interesse nei confronti dell'esplorazione spaziale, nonché lo sviluppo di tecnologie sempre più sofisticate, hanno permesso all'uomo di stabilizzarsi per brevi-medi periodi in basi orbitanti permanenti. Esse sono situate a quote basse, definite "LEO" (Low Earth Orbit), cioè comprese tra i 300 km e i 1000 km di altitudine.

Con l'affacciarsi di nuove nazioni sul panorama spaziale e a causa della necessità di costruire avamposti abitabili orbitanti è sorta l'esigenza di nuove configurazioni in grado di assolvere alle missioni prima di competenza quasi esclusiva di Space Shuttle e Soyuz. Perciò, in questo contesto, ci si è focalizzati sullo sviluppo e sulla progettazione di un lanciatore, appartenente alla classe medium lift vehicle, che sia adatto e in grado di raggiungere un'orbita bassa predefinita con lo scopo di aggiungere nuovi moduli e rifornire la ISS (International Space Station) nel breve termine, e future stazioni orbitanti nel lungo termine. Operando nel contesto europeo, sotto l'egida ESA, il lancio sarà effettuato dallo spaziorporto della Guyana francese, il "Centre Spatial Guyanais", situato a Kourou.

Un importante requisito prefissato nel progetto è la possibilità di un riutilizzo del primo stadio del lanciatore. Questa soluzione tecnologica, ad oggi, permette di risparmiare sia sui costi dei singoli lanci che sull'impatto ambientale, a fronte di una maggiore complessità di sviluppo e di un numero di lanci opportuno.

Il lanciatore in questione è progettato per lanci verso la Stazione Spaziale Internazionale, in particolare la missione di riferimento consiste nella messa in orbita di un modulo inflatabile di massa  $m_{payload} = 3.5 \text{ ton}$ , che successivamente attraccherà autonomamente alla ISS.

# Capitolo 2

## Analisi statistica

Il primo passo svolto nel progetto, una volta determinata la classe del lanciatore, è stato la ricerca di una popolazione statistica di vettori simili al fine di determinare le grandezze preliminari di riferimento necessarie per i dimensionamenti successivi. In particolare, i lanciatori scelti sono stati selezionati sulla base della classe e della quota di immissione in orbita.

Si è partiti da un'analisi statistica di lanciatori in grado di portare in orbita bassa terrestre (LEO) carichi utili dell'ordine di grandezza del caso in esame; si raccolgono i dati relativi a payload, numero di stadi e dimensioni complessive dei diversi lanciatori, selezionati fra la classe 'Medium Lift' (ML) e 'Heavy Lift' (HL).

Tabella 2.1: Statistica lanciatori

Lanciatore	Payload to LEO [t]	MTOM [t]	Numero stadi	Lunghezza[m]
Ariane 5 ES (ML)	19.3	759	3 (Boosters + 2 LRE stages)	50,5
Ariane 6 (ML)	10.35	530	3 (1 SR booster + 2 LRE)	63
Falcon 9 (HL)	22.8	549	2 LRE	70
Soyuz (ML)	4.85 (7.02 ISS)	307	3 (RP-1+LOX)	46.2
Antares (ML)	8.0	293	2 (LOX+RP-1, solido)	41.9
Atlas V (ML)	8.2-17.7	590	2 (5 SR boosters + 2LR)	58.3
PSLV (ML)	3.8	320	4 (2 liquido e 2 solido)	44
Long March (ML)	3.85	233	4 (2 liquido e 2 solido)	42
Vega (SL)	1.5	137	4 (3 solidi + 1 liquidi)	30.2
DNEPR (ML)	4.5	211	3 (liquidi)	34.3
Delta IV M (ML)	8.45	256	2 (liquidi)	62.5
Proton (HL)	23.7	594	4 (liquidi)	53

La maggior parte dei lanciatori trovati durante l'analisi tuttavia si discostano eccessivamente dal target in termini di carico utile e/o requisiti di missione. Per il dimensionamento preliminare si è quindi preferito fare riferimento alle configurazioni con un payload quanto più simile a quello di progetto, come Soyuz, Delta IV e Atlas V.



Figura 2.1: Base statistica

Mediante interpolazione polinomiale dei dati è stato possibile individuare i trend di variazione delle singole grandezza nei rispettivi intervalli di validità. In figura 2.2, gli andamenti più significativi:

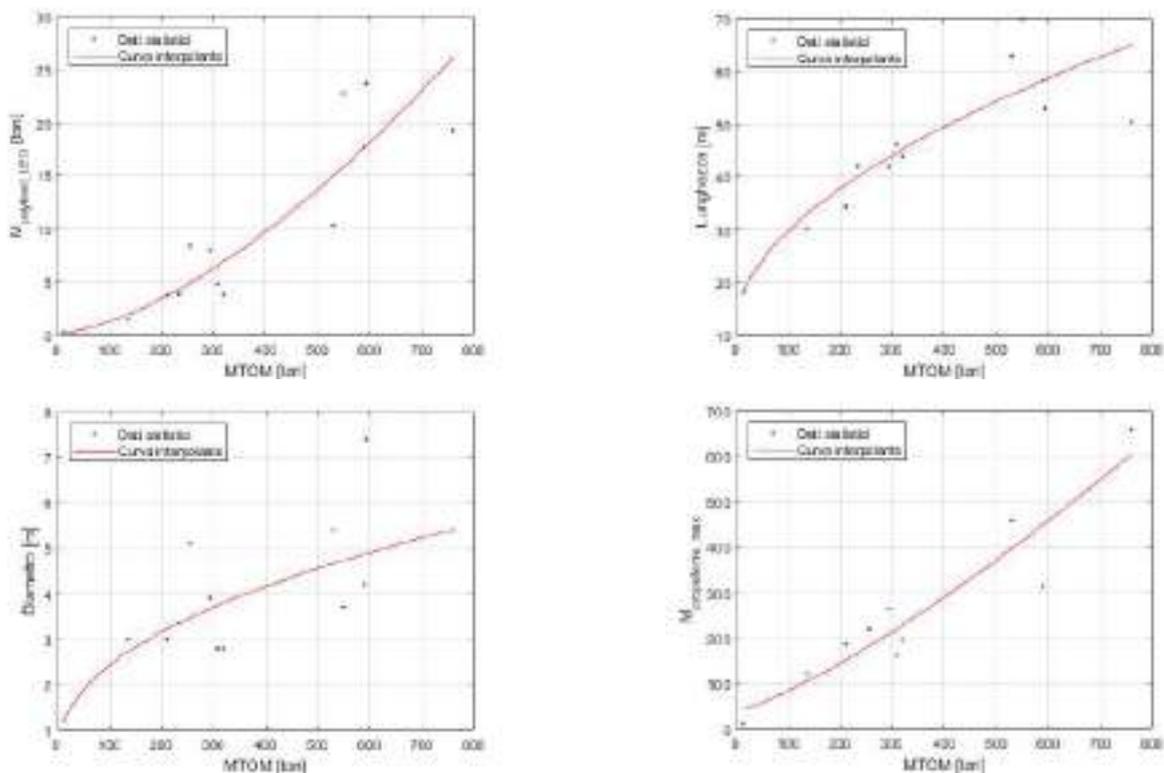


Figura 2.2: Andamenti statistici

# Capitolo 3

## Profilo di missione

### 3.1 Calcolo preliminare

Il lanciatore in sviluppo è dimensionato su un profilo di missione standard per l'immissione in un'orbita circolare, complanare e di raggio pari all'orbita della International Space Station. La missione si svolgerà dunque in tre fasi:

- Lancio e immissione in un'orbita di parcheggio;
- Trasferimento di Hohmann;
- Deorbiting del transfer stage.

L'orbita di parcheggio dovrà avere un raggio minore dell'orbita finale ed essere complanare alla stessa. Tra la prima e la seconda fase, il lanciatore eseguirà un periodo di "Phasing", al fine di garantire, a seguito del trasferimento di Hohmann, che chaser e target si trovino nella stessa orbita (distanza verticale nulla) e alla minima distanza orizzontale possibile di 1000 metri prima delle operazioni di prossimità antecedenti il berthing. Durante questa fase, il payload sarà rilasciato e procederà autonomamente con le manovre di Radial-boost e Berthing. Terminato il suo compito, lo stadio di trasferimento, inizierà la manovra di de-orbiting per il rientro controllato in atmosfera terrestre, ed il successivo recupero in una zona circoscritta<sup>1</sup> prestabilita. Tale manovra prevede una burn retrograda per portare il perigeo della traiettoria di rientro ad un'altitudine di 80 km.

In tabella 3.1 sono riportate le caratteristiche delle orbite sopracitate e del Guyanais, ESA, Guyana Francese).

	Raggio [km]	Inclinazione [deg]	Latitudine [deg]
Sito di lancio	$r_0 = 6371$	-	5,1597
Orbita di parcheggio	$r_1 = 6571$	51,64	-
Orbita finale	$r_2 = 6771$	51,64	-
Traiettoria di rientro	$r_{3,p} = 6451$	51,64	-

Tabella 3.1: Sito di lancio e orbite

<sup>1</sup>Nell'oceano atlantico, a distanza di sicurezza dalla costa della Guyana francese

Si faccia riferimento all'appendice A per i dettagli sulla formulazione matematica applicata al calcolo dei  $\Delta V_i$  delle singole fasi di lancio.

In tabella 3.2 sono riportati i risultati dell'analisi:

ID	Descrizione	Valore [km/s]
$\Delta V_1$	Launch and parking orbit insertion	9,5089
$\Delta V_2$	Hohmann Transfer insertion	0,2899
$\Delta V_3$	Final orbit circularization	0,0577
$\Delta V_4$	Deorbiting	0,0934

Tabella 3.2:  $\Delta V$  Budget

Nel calcolo del  $\Delta V_1$ , non conoscendo a priori nè il profilo di accelerazioni e velocità, nè le geometrie del razzo, si è effettuata una stima conservativa, basata su dati trovati in letteratura [5], delle perdite totali, ammontanti a 2 km/s, di cui:

- 0,8 km/s per perdite per gravità
- 0,8 km/s per perdite per disallineamento della spinta
- 0,4 km/s per perdite aerodinamiche

Durante il trasferimento di Hohmann ( $\Delta V_2$  e  $\Delta V_3$ ) sono state invece valutate puntualmente le perdite per gravità tramite la relazione integrale:

$$gravity\_losses = \int_{r_1}^{r_2} \left( \frac{g}{V} \right) dr = 0.2318 km/s \quad (3.1)$$

Dunque, il profilo di missione desiderato e discusso in questo paragrafo, determina un  $\Delta V$  di missione ( $\Delta V_{mission}$ ) pari alla somma dei singoli contributi. Di conseguenza, la missione risulta fattibile se e solo se è soddisfatto il seguente requisito:

**“Il lanciatore deve garantire un  $\Delta V$  di missione di almeno 9.950 km/s”**

## 3.2 Analisi di dettaglio

Definita la configurazione finale nella sezione 4, selezionata a seguito dell'analisi di trade-off tra costi e propulsione, si riporta in questa sezione lo studio di dettaglio comprensivo dei modelli più accurati per la valutazione del profilo di missione e relative perdite. Tutti i dati prestazionali e le masse del lanciatore sono ugualmente ricavati dalla sezione 4.

### 3.2.1 Fase di volo atmosferico

Il primo stadio comprende i due booster a propellente solido e due motori a propellente liquido. Ci sarà una prima fase di ascesa in cui il lanciatore procederà in volo verticale, al fine di superare il più velocemente possibile la parte di atmosfera più densa e così facendo ridurre gli effetti dell'azione della resistenza aerodinamica. La quota a cui terminerà suddetta fase, ed avverrà l'istantanea rotazione del vettore velocità (manovra di kick), è stata fissata a 3000 metri.

I booster forniranno, in questa fase, costantemente il massimo della spinta disponibile e alla loro separazione la manetta dei motori liquidi del primo stadio, finora mantenuta al massimo, diminuirà linearmente con il tempo, al fine di garantire un'accelerazione assiale non maggiore di 4.65g. La massa dei booster perciò varierà linearmente in funzione del tempo, come riportato in appendice A. Allo stesso modo, la massa complessiva del primo stadio si ridurrà in funzione, sia della massa dei booster sia della manetta fornita. In figura 3.1, gli andamenti della massa e della manetta.

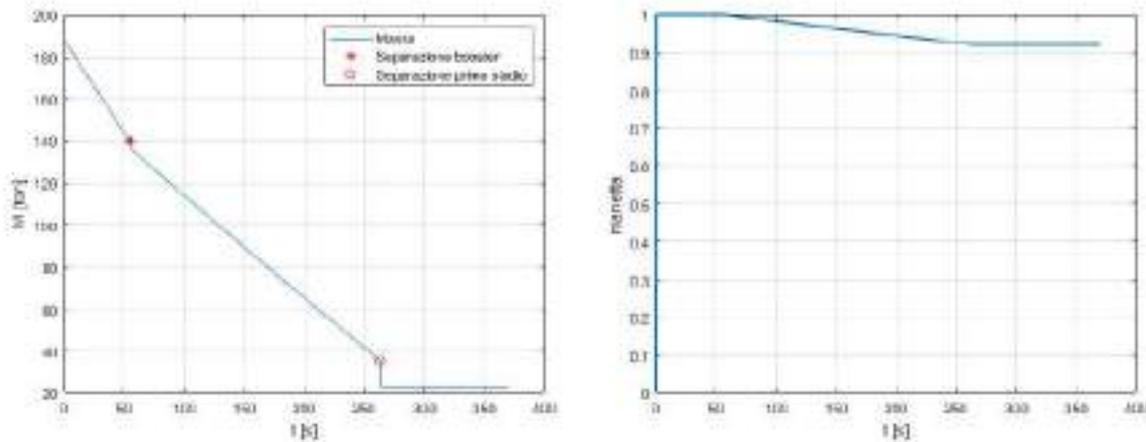


Figura 3.1: Massa del lanciatore e manetta

La drag, il cui effetto è sentito come una decelerazione in direzione assiale, viene ricavata in funzione di quota e velocità tramite uno script apposito, fornito dal gruppo di Aerodinamica. In particolare, risulta importante notare che il picco di resistenza aerodinamica è raggiunto intorno ai 55 secondi dal lancio. L'andamento della resistenza aerodinamica risulta praticamente sovrapponibile all'andamento della pressione dinamica e così i loro picchi, corrispondenti ad una condizione limitante e dimensionante, in quanto rappresentativa del carico massimo. In figura 3.2, gli andamenti della Drag e della pressione dinamica fino alla separazione del primo stadio.

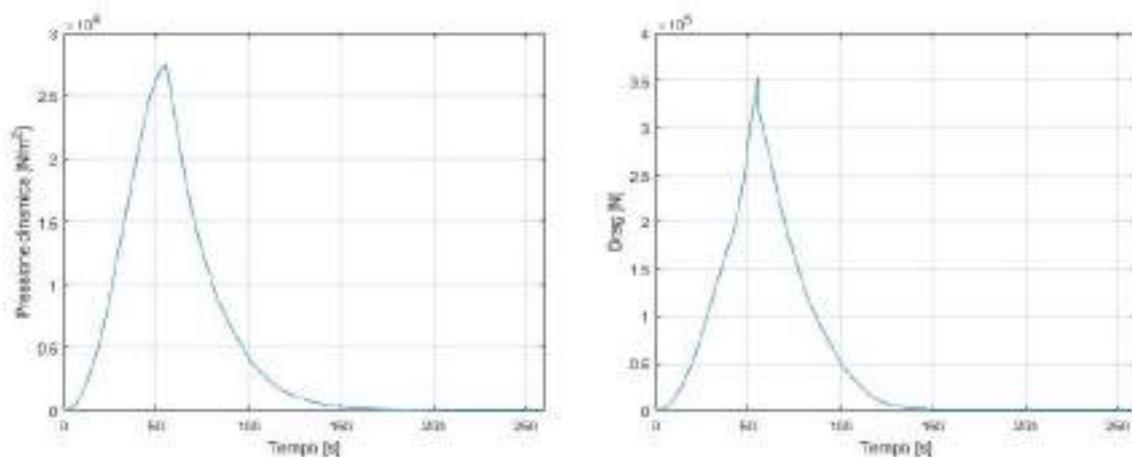


Figura 3.2: Resistenza e pressione aerodinamica

Successivamente, il velivolo procederà con una manovra, ipotizzata istantanea, di *kick*: il disallineamento della spinta genera una coppia intorno al centro di massa del razzo, determinando una curvatura nella traiettoria del lanciatore, corrispondente ad un flight path angle iniziale di  $\varphi_0 = 87.038^\circ$ . Suddetto valore è ottimizzato per garantire che l'apogeo della traiettoria di lancio raggiunga la quota dell'orbita di parcheggio a 200km dopo lo spegnimento del primo stadio.

In seguito alla manovra di kick è eseguita la *zero-lift gravity-turn* (ovvero con spinta allineata alla velocità relativa, perciò con portanza  $L=0$ ), in cui il flight path angle evolve spontaneamente secondo il seguente sistema di equazioni differenziali, che fanno riferimento al diagramma di corpo libero riportato in figura A.1.

$$\begin{cases} \dot{u} = \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \cos\varphi \\ \dot{w} = \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \sin\varphi - g \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) \end{cases} \quad (3.2)$$

con:

- $\dot{u}$ : accelerazione orizzontale
- $\dot{w}$ : accelerazione verticale

In figura 3.3 sono inoltre riportati l'evoluzione del flight path angle con la quota, da dove si nota che a 200km si raggiunge una posizione orizzontale, e l'andamento delle velocità nel tempo, dove  $v$  è la risultante.

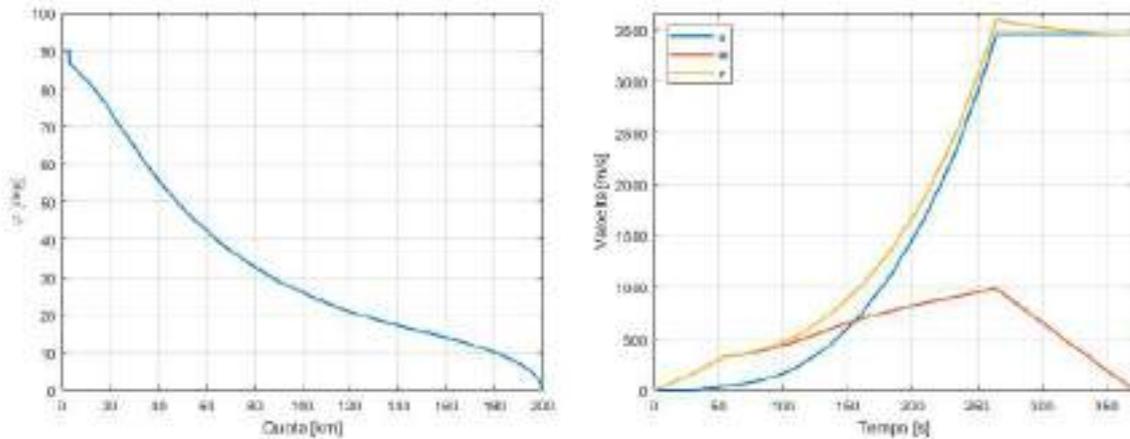


Figura 3.3: Flight path angle e velocità

Dopo un periodo di 262.8s il primo stadio esaurisce il propellente e separa, avendo fornito:

$$\Delta V_{I_{tot}} = \int_0^{262.8s} a_{id} \cdot dt = 5.5883 km/s \quad (3.3)$$

A questo punto inizia la fase di coasting non propulso. La traiettoria fino all'arrivo alla quota dell'orbita di parcheggio, riportata in figura 3.4, descritta a partire dalle equazioni del moto, è assunta planare in un sistema di riferimento solidale alla terra e con origine nella base di lancio:

In conclusione, in figura 3.5 è riportato il profilo di accelerazione della spinta, evidenziando l'istante della separazione dei booster, dell' primo stadio e l'accensione del secondo stadio.

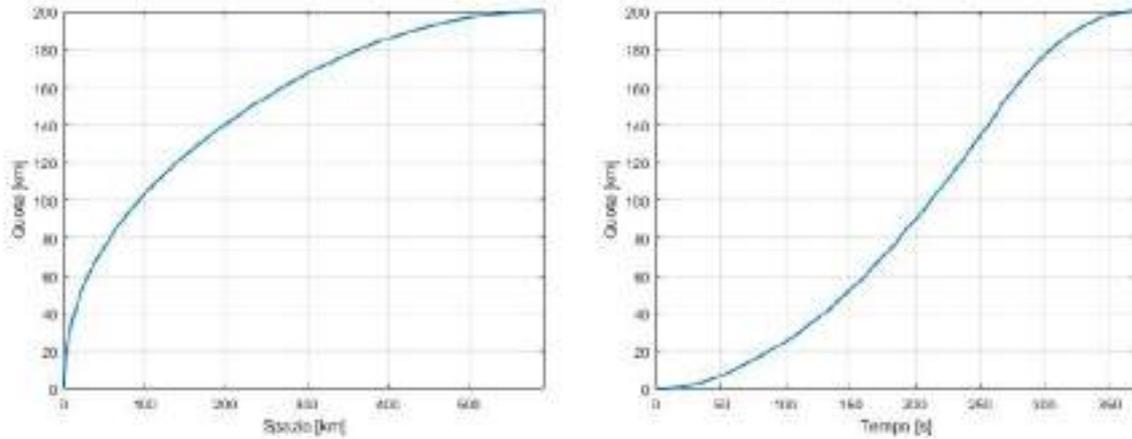


Figura 3.4: Traiettorie di lancio

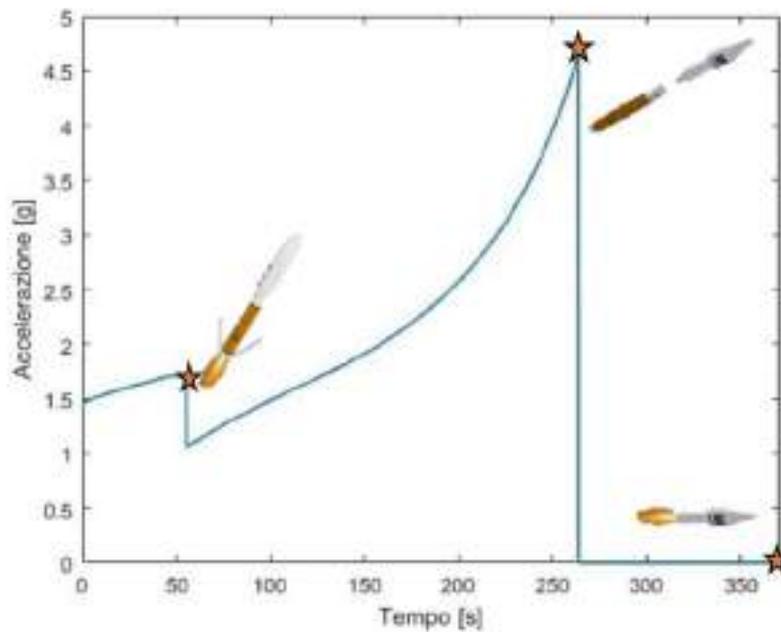


Figura 3.5: Profilo di accelerazione della spinta

### 3.2.2 Fase di volo orbitale

Al termine di questa fase, ad una quota di 200 km e con il flight path angle nullo, la velocità avrà solo componente tangenziale all'orbita, ma in modulo ancora non sufficiente a rimanere in un'orbita circolare. In questo istante dovrà accendersi il secondo e parte del terzo stadio per fornire il restante  $\Delta V$  necessario alla circularizzazione. Si considera un'accensione impulsiva e il raggiungimento istantaneo della velocità circolare di (7.784 km/s). In seguito, i  $\Delta V$  relativi a questa fase.

$$\Delta V_{II_{tot}} = \int_0^{t_2} a_2 dt = 2.2769 km/s \quad (3.4)$$

$$\Delta V'_{III} = \int_0^{t'_3} a_3 dt = 1.7738 km/s \quad (3.5)$$

Le accelerazioni integrate sono quelle fornite da ogni stadio, le cui espressioni sono riportate in appendice A, mentre i tempi di accensione sono rispettivamente  $t_2 = 397.4s$  e  $t'_3 = 160.3s$ .

In seguito alla circolarizzazione il terzo stadio dispone ancora di un  $\Delta V_{III_{residuo}} = 1.1026km/s$ ,

sufficiente per portare a termine le fasi successive della missione: la trasferta di Hohmann e il deorbiting del terzo stadio, già descritte nel calcolo preliminare (sezione 3.1) e aventi un costo propulsivo di  $0.4411km/s$ .

In conclusione, la configurazione scelta è in grado di fornire un  $\Delta V$  complessivo di:

$$\Delta V = 10.7416km/s \quad (3.6)$$

A fronte di un costo totale  $\Delta V_{richiesto} = 10.0801km/s$ , avendo quindi un margine di sicurezza di  $\Delta V_{residuo} = 0.6615km/s$ .

Rispetto al valore supposto inizialmente, l'errore commesso inizialmente è pari al 1.31%; questo valore risulta essere sufficientemente piccolo da garantire che il dimensionamento ottenuto, pur non essendo ottimo, sia soddisfacente già da questa prima iterazione.

Parte del  $\Delta V$  complessivo di missione è utilizzato in parte per effettuare le manovre e in parte per vincere le perdite, di natura aerodinamica e gravitazionale. Avendo a disposizione il profilo di velocità e l'andamento del flight path angle di tutta la fase atmosferica, è stato possibile calcolare puntualmente le perdite tramite formule analitiche (riportate in appendice) e non dovendole più stimare su base statistica. In figura 3.2.2 è riportata la suddivisione del  $\Delta V$  di missione in perdite ed effetto utile; l'ottimizzazione del lancio ha portato ad avere meno del 25% di perdite.

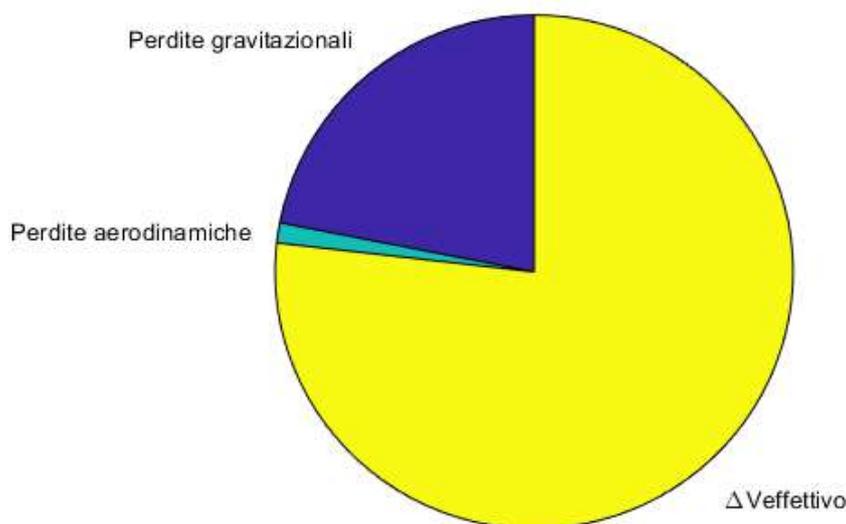


Figura 3.6: Suddivisione  $\Delta V$  di missione

### 3. Profilo di missione

---

In ultimo, per garantire il rendez-vous con la ISS è stato studiato anche l'angolo di phasing, ovvero l'angolo tra il vettore posizione del target e del chaser che garantisce che la ISS si trovi esattamente all'apogeo della trasferta di Hohmann. Per definizione se  $\psi > 0$  e  $r_2 > r_1$ , con  $r_2$ : quota target ed  $r_1$ : quota chaser, allora il target è in anticipo rispetto al chaser e viceversa se  $\psi < 0$  ed  $r_2 < r_1$ .

Dall'analisi si è trovato che l'angolo di phasing è  $\psi = -3.97^\circ$ , valore indicativo del fatto che la ISS è davanti al nostro lanciatore. Il periodo sinodico, ovvero il valore temporale di ogni quanto la trasferta di Hohmann verso la ISS è possibile, è di 33 ore 29 minuti, circa 23 orbite, valore in linea con una missione manned.

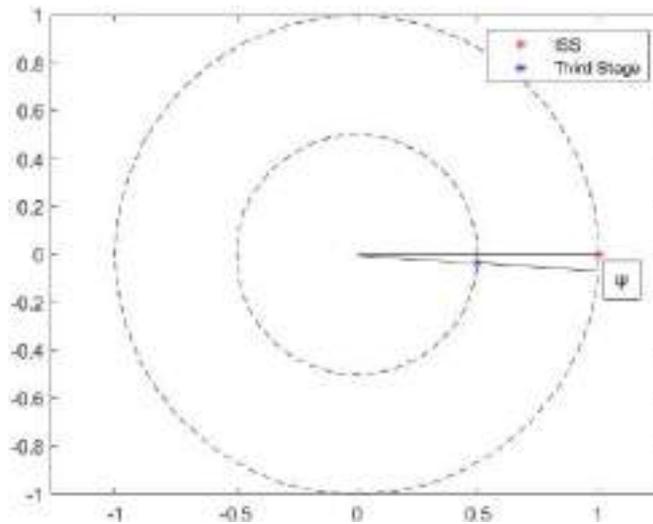


Figura 3.7: Visualizzazione dell'angolo di phasing  $\psi$

# Capitolo 4

## Configurazione del lanciatore

Dall'analisi dello Stato dell'Arte si evince che non esiste un trend univoco nè per quanto riguarda la definizione del numero di stadi del lanciatore nè per l'adozione di eventuali boosters: vari lanciatori adottano configurazioni talvolta molto diverse per realizzare missioni in definitiva simili.

A questo punto del progetto occorre dunque definire, in virtù di un criterio di scelta:

- Numero di stadi: i lanciatori reali optano per configurazioni a 2, 3 o al massimo 4 stadi per missioni simili al caso di studio
- Numero di booster solidi (Solid Rocket Boosters, SRB): sono utilizzati per evitare di sovradimensionare la spinta erogata dai primi stadi del motore, sono quindi opzionali e strettamente conseguenti alla missione ed al peso al decollo: nell'ottica di favorire la modularità del progetto sovente vengono proposte più versioni di uno stesso lanciatore con numero di booster variabile

Ai fini di ottenere la migliore configurazione degli stadi si è optato per un'analisi di ottimizzazione di tutte le configurazioni possibili, esplorando alternative a più stadi, con propellenti liquidi diversi e con numero e tipologia variabile di boosters solidi.

### 4.1 Analisi per la scelta dei booster

Si è svolta un'ulteriore analisi statistica (Tabella 4.1), per la scelta dei booster più adatti alle configurazioni di progetto. Si noti come l'introduzione dei booster non sia un vincolo del progetto, piuttosto una scelta di design percorribile ai fini di ridurre la quantità di propellente liquido imbarcato nel primo stadio e limitarne di conseguenza le dimensioni.

I modelli P120, P230 e P238 sono stati scartati in quanto impiegati su lanciatori che portano in orbita payload di massa molto superiore a quella di missione.

Il booster BLOCK-BV è attualmente fuori produzione: lo si è scartato nell'ottica di adottare boosters facilmente reperibili sul mercato e acquistabili presso il produttore. Inoltre utilizza propellente liquido, la cui gestione è più complessa rispetto alle controparti solide.

Il modello GEM-63 invece sembrerebbe essere un'opzione valida ma ha massa strutturale ampiamente maggiore rispetto agli altri candidati.

La scelta finale è quindi ricaduta su AJ-60A e CASTOR IV-A: entrambi presentano un ottimo rapporto spinta/peso, a differenziarli sono in definitiva la massa di propellente solido e la spinta erogata. Ambo i modelli saranno tenuti in considerazione nel successivo step di progetto, tenendo conto di come il CASTOR IV-A presenti la possibilità di fornire contributi alla spinta

complessiva ridotti con pesi e dimensioni contenuti, mentre AJ-60A può contribuire notevolmente alla spinta a scapito di massa al decollo ed ingombri ben più elevati (si noti inoltre la peculiarità dell'Atlas V, unico lanciatore noto in questo studio a realizzare una configurazione asimmetrica sfruttando un solo booster di tipo AJ-60A). (Per i dati tecnici vedere riferimento: [Northrop])

Nome Booster	P120	P230	P238	GEM-63	AJ-60A	CASTOR IV-A
<b>Casa produttrice</b>	Avio	Avio	Avio	Thiokol	Aerojet	Thiokol
<b>Lanciatore</b>	Ariane 6	Ariane 5	Ariane 5	Atlas V	Atlas V	Delta II
<b>Lunghezza [m]</b>	11.7	27.4	30.0	20.1	17.0	9.2
<b>Diametro [m]</b>	3.4	3.1	3	1.6	1.6	1.0
<b>Massa totale [t]</b>	143.6	269.4	274.8	49.3	46.7	11.7
<b>Massa strutturale [t]</b>	11	28.9	37	5.1	4.1	1.6
<b>Massa propellente [t]</b>	142	240.5	237.8	44.2	42.6	10.1
<b>Tipo propellente</b>	HTPB	HTPB	HTPB	HTPB	HTPB	HTPB
<b>Tempo di burn [s]</b>	133	129	130	84	94	55
<b>Spinta media [kN]</b>	4500	6472	1100	879	1688	478

Tabella 4.1: Modelli Booster candidati

## 4.2 Analisi per la scelta dei motori

Si procede alla scelta dei motori a propellente liquido per gli stadi principali. Tradizionalmente, in lanciatori di tale impiego le combinazioni ossidante/fuel tipiche sono le seguenti:

- Ossigeno e Idrogeno liquidi criogenici (LOX-LH2): miscela caratterizzata da alto impulso specifico, ma a densità ridotta
- Ossigeno liquido criogenico e Cherosene (LOX-RP1): miscela ad impulso specifico inferiore, ma a densità più elevata. Viene sovente adottata negli stadi inferiori per evitare di realizzare serbatoi eccessivamente voluminosi

Di seguito sono riportate le principali specifiche tecniche dei motori reali presi in considerazione, comprensivi di modelli impiegati per i primi stadi a propellente liquido e di modelli progettati appositamente per l'utilizzo in upper stages. [8]

Per il primo stadio si è scelto di tener conto nello script di ottimizzazione delle possibilità di impiego sia di motori con fuel LH2 che RP-1, in virtù dell'alta densità di quest'ultimo che potrebbe dunque rappresentare un forte punto a favore nel limitare le dimensioni del primo stadio. Come ossidante entrambe le configurazioni prevedono l'impiego di LOX. Negli stadi successivi, tendenzialmente caratterizzati da dimensioni decisamente più contenute rispetto al primo stadio, tutte le configurazioni scelte impiegano come propellente LH2 ai fini di massimizzare l'impulso specifico.

La selezione dei motori è stata condotta tenendo principalmente conto del miglior valore per il rapporto spinta peso, arrivando così a scegliere:

- Primo stadio: NK-33, LE-7A
- Stadi superiori: RL 10C-1

## 4. Configurazione del lanciatore

I valori dei motori evidenziati dall'analisi, sono stati poi inseriti nello script di ottimizzazione le cui base teoriche sono riportate in appendice.

Motore	RD-180	NK-33	RD-107A	RS-68	LE-7A
Casa produttrice	NPO Energomash	JSC Kuznetsov	NPO Energomash	Aerojet Rocketdyne	Mitsubishi Heavy Industries
Applicazione	First Stage	First Stage	First stage	First stage	First stage
<b>Caratteristiche motore</b>					
Fuel	RP-1	RP-1	RP-1	LH2	LH2
Spinta Sea Level [kN]	3830	1510	810	2950	870
Spinta Vacuum [kN]	4150	1680	1020	3370	1098
Impulso specifico Sea Level [s]	311.9	297	263.3	365	338
Impulso specifico Vacuum [s]	338.4	331	320.2	420	438
Engine Mixture Ratio	2.72	2.8	2.47	6	5.9
Peso Motore [kg]	5480	1222	1090	6597	1800
Rapporto spinta/peso	71.2	136.8	78.5	51.2	65.9
<b>Caratteristiche Ugello</b>					
Diametro gola [m]	0.518	0.385	0.43	0.524	0.247
Diametro uscita ugello [m]	3.15	2	0.72	2.43	1.815
Area ratio	36.87	27	18.86	21.5	54

Tabella 4.2: Motori candidati - First Stage

Nome Motore	HM7B	RL 10C-1	Vulcain 2	AJ-10-1181	RCS
Casa produttrice	Snecma	Aerojet Rocketdyne	Ariane Group and ESA	Aerojet Rocketdyne	Aerojet Rocketdyne
Applicazione	Second Stage	Upper stage	Second Stage	Upper Stage	Attitude Control
<b>Caratteristiche Motore</b>					
Fuel	LH2	LH2	LH2	50% N2H4 / 50% UDMH	MMH
Oxider	LOX	LOX	LOX	N2O4	N2O4
Spinta Sea Level [kN]	43.6	-	-	-	0.05
Spinta Vacuum [kN]	70	101.8	1371	43.8	0.08
Impulso specifico Sea Level [s]	310	-	-	-	200
Impulso specifico Vacuum [s]	447	450	432	320	290
Engine Mixture Ratio	5.14	5.88	6.03	1.9	2
Peso Motore [kg]	155	190	1300	100	-
Rapporto spinta/peso	41.25	57	1.05	0.44	-
<b>Caratteristiche Ugello</b>					
Diametro gola [m]	0.108	0.127	0.275	0.191	0.011
Diametro uscita ugello [m]	1	1.45	2.1	1.524	0.077
Area ratio	83.1	130	58.5	65	50

Tabella 4.3: Motori candidati - Upper Stages

## 4.3 Processo di ottimizzazione

La scelta di realizzare un lanciatore multistadio deriva dai notevoli vantaggi di cui esso gode rispetto ad un corrispettivo lanciatore a singolo stadio. La presenza di più stadi permette infatti di liberarsi della massa strutturale degli stadi il cui propellente si è esaurito, alleggerendo così il lanciatore da masse non necessarie durante l'ascesa e migliorandone le prestazioni; inoltre, ogni singolo stadio può essere ottimizzato per il range di condizioni in cui si troverà ad operare.

Per scegliere al meglio il numero di stadi di cui sarà composto il lanciatore, e le rispettive caratteristiche, si è scelto di seguire un processo di ottimizzazione. La variabile che classicamente si sceglie di ottimizzare e nello specifico rendere minima è la massa lorda al decollo (Gross Lift-Off Mass, brevemente indicata come GLOM).

Sono state ottimizzate configurazioni differenti tra loro sotto diversi aspetti (n° di stadi, tipo di propellente, utilizzo o meno di Booster, rapporti strutturali dei singoli stadi) e per ognuna di esse è stata calcolata la GLOM minima e le caratteristiche dei singoli stadi in termini di masse totali, strutturali e di propellente.

Per tutte le configurazioni prese in considerazione nell'analisi si è scelto di adottare un diametro interno degli stadi costante ed invariato lungo la lunghezza del lanciatore, evitando di

introdurre rastremazioni che avrebbero inevitabilmente condotto a complicazioni di natura aerodinamica. Il diametro è stato scelto tenendo conto sia della base statistica precedentemente definita che del requisito imposto dalle dimensioni del payload: si giunge dunque ad un valore di compromesso di 4 metri.

Al fine di minimizzare la GLOM è stato scritto ed utilizzato un algoritmo di ottimizzazione derivato dal metodo dei moltiplicatori di Lagrange e descritto in Appendice A.

L'algoritmo di ottimizzazione richiede in input i rapporti di massa strutturale  $\varepsilon_k$  per ciascuno degli stadi nelle configurazioni analizzate. Ai fini di adottare i valori più adeguati per ogni caso in esame si è scelto inizialmente di basarsi sui risultati dell'analisi statistica sulla popolazione di competitors, riconducendosi a valori tipo per ogni stadio.

Si è notato tuttavia come tali rapporti fossero poco assimilabili ad una mera statistica su una base così ristretta, risultando difatti notevolmente sensibili a variazione del numero di stadio, al suo impiego, al propellente, al payload ed all'eventuale presenza/numero di boosters impiegati. Si è dunque ristretta la base statistica per ogni accoppiata stadio/propellente, riconducendosi infine a valori di  $\varepsilon_k$  per ogni stadio in linea con le analisi statistiche precedenti.

Le configurazioni scelte per l'analisi di ottimizzazione tentano di coprire in modo esauriente le possibili combinazioni di numero stadi/propellenti/booster scelti in precedenza; si scelgono combinazioni di:

- Numero di stadi: 2,3 stadi
- Propellente First Stage: RP-1/LOX, LH2/LOX
- Propellente Upper Stages: LH2/LOX
- Numero Boosters: 0, 1 o 2 AJ-60 A, 2 o 3 o 4 CASTOR IV-A
- Numero Boosters:
  - Nessun booster
  - AJ-60 A: 1,2
  - CASTOR IV-A: 2,3,4

#### 4. Configurazione del lanciatore

N Stadi	Stadio I	Stadio II	Stadio III	N Booster	Booster	GLOM	Lunghezza
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	0	-	248 t	23.4 m
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	1	AJ-60 A	288 t	21.0 m
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	2	AJ-60 A	302 t	18.7 m
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	2	CASTOR IV-A	286 t	22.5 m
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	3	CASTOR IV-A	279 t	21.3 m
2	RP1/LOX	LH2/LOX	-	4	CASTOR IV-A	275 t	20.2 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	0	-	194 t	18.9 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	1	AJ-60 A	207 t	14.9 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	2	AJ-60 A	269 t	14.9 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	2	CASTOR IV-A	205 t	15.9 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	3	CASTOR IV-A	199 t	15.3 m
3	RP1/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	4	CASTOR IV-A	201 t	15.2 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	0	-	196 t	38.7 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	1	AJ-60 A	224 t	35.3 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	2	AJ-60 A	337 t	49.6 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	2	CASTOR IV-A	224 t	40.4 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	3	CASTOR IV-A	218 t	36.5 m
2	LH2/LOX	LH2/LOX	-	4	CASTOR IV-A	215 t	33.5 m
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	0	-	172 t	30.8 m
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	1	AJ-60 A	179 t	23.4 m
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	2	CASTOR IV-A	188 t	30.9 m
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	3	CASTOR IV-A	172 t	24.6 m
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	4	CASTOR IV-A	171 t	21.3 m

Tabella 4.4: Risultati ottimizzazione

#### 4.3.1 Configurazione ottimale

Il processo di ottimizzazione conduce dunque per ciascuno dei casi considerati alla suddivisione tra stadi che permetta di minimizzarne la Gross Lift-Off Mass, come riportato in Tabella 4.4. Tuttavia occorre notare che il ranking in base alla GLOM è solo una delle possibili scelte di progetto da adottare: nel caso del progetto ErmeS-1, ai fini di valorizzare il possibile riutilizzo del primo stadio ed incrementare la competitività del vettore nel segmento spazio, si è scelto di dare priorità a considerazioni di natura economica come riportato nel Capitolo 5.

Sulla base di queste considerazioni si sceglie infine una configurazione, i cui dati sono riportati in tabella, con tre stadi e due booster CASTOR IV-A: per il primo stadio vengono adoperati due motori LE-7A mentre per il secondo e il terzo stadio un RL 10C-1.

N Stadi	Stadio I	Stadio II	Stadio III	N Booster	Booster	GLOM	Lunghezza totale
3	LH2/LOX	LH2/LOX	LH2/LOX	2	CASTOR IV-A	188 t	30.9 m

Tabella 4.5: Configurazione scelta

	Stadio I	Stadio II	Stadio III
Massa stadio [t]	141.5	11.0	5.8
Massa propellente [t]	129.3	9.3	4.7
Massa strutturale [t]	12.3	1.8	1.0
Impulso specifico [s]	360	431	451
Structural ratio	0.087	0.16	0.18
Densità propellente [ $kg/m^3$ ]	358	344	344

Tabella 4.6: Dettagli configurazione scelta

## 4.4 Configurazione dei motori

Si ricorda che i motori scelti dall'analisi statistica per la configurazione ottimale adottata sono l'LE-7A della Mitsubishi Heavy Industries per il primo stadio e l'RL 10C-1 della Aerojet Rocketdyne per il secondo e terzo stadio. Occorre a questo punto stabilire il numero di motori per ciascuno stadio tale da soddisfare contemporaneamente:

- Requisito di spinta: ciascuno stadio deve poter generare spinta sufficiente all'ascesa del lanciatore, in particolare realizzando fattori di carico massimi ragionevoli.

$$T = \left( \frac{T}{W} \right)_{req} \cdot W - T_{boost} \quad (4.1)$$

In cui  $W$  è la somma della massa dello stadio durante la spinta, stadi superiori e payload,  $T_{boost}$  è l'eventuale contributo alla spinta dei booster (presenti solo durante la prima fase di ascesa, per fasi successive il contributo è nullo),  $\left( \frac{T}{W} \right)_{req}$  è il fattore di carico che si vuole realizzare durante una particolare fase dell'ascesa. Si osserva che se si mantenesse la manetta massima, consumando progressivamente propellente il fattore di carico aumenterebbe di conseguenza: in generale però la manetta del motore è regolabile in un range tipico  $70 \div 100\%$  e si può prevedere la regolazione della spinta per non eccedere i fattori di carico massimo sopportabili dal lanciatore nelle varie fasi. Ai fini del dimensionamento del sistema propulsivo dello stadio la condizione più stringente è in realtà l'accensione iniziale, ossia quando lo stadio ha appena iniziato a consumare propellente ed è quindi particolarmente pesante: per il primo stadio tale condizione coincide con il decollo, per stadi superiori è l'accensione subito dopo il distacco dello stadio precedente.

- Primo stadio (decollo): la letteratura suggerisce valori di poco superiori all'unità (limite inferiore per garantire l'ascesa)
  - Secondo stadio e terzo stadio: il range di valori ricavati da letteratura non è altrettanto netto in quanto le dimensioni degli stadi superiori e le loro prestazioni dipendono in maniera molto forte dal tipo di missione e di traiettoria seguita dal lanciatore. Ad ogni modo si stima che un range compreso fra 0.5 e valori poco sopra l'unità siano ragionevoli
- Ingombro geometrico: la configurazione scelta deve poter essere alloggiata agevolmente all'interno del cilindro esterno del lanciatore
  - Portata e spinta a progetto dei motori: è opportuno che lavorino in un intorno ragionevolmente stringente della portata e spinta indicate dal costruttore, evitando sia di eccedere tali limiti (caso in cui il numero di motori scelto sia insufficiente) sia di stare significativamente al di sotto (nel caso il numero di motori sia eccessivo)
  - Pesi e manutenzione: è auspicabile scegliere un numero di motori ridotto per ridurre i costi di manutenzione e limitare i pesi associati allo stadio

La portata totale di propellente per ogni stadio e quella dei singoli motori sono riportate nella seguente tabella:

Dopo aver scelto i motori si è passati al dimensionamento degli ugelli di questi ultimi. Di seguito è raffigurato il confronto (numerico e grafico) tra le sezioni degli ugelli del motore rispettivamente di primo stadio e di secondo e terzo stadio.

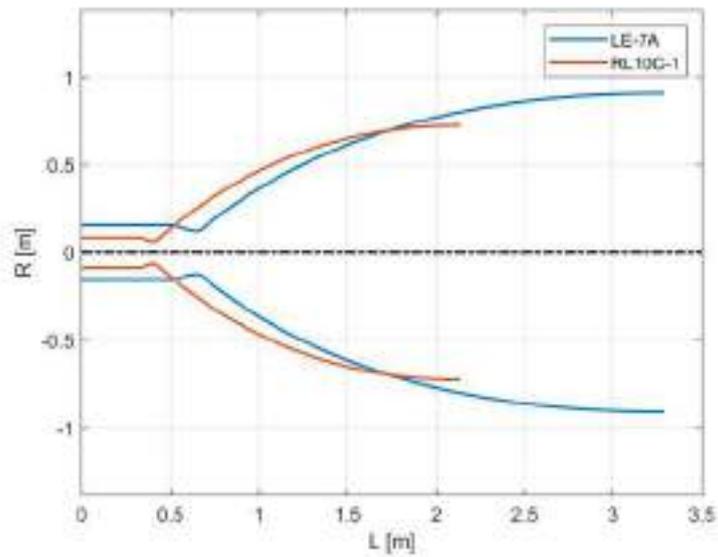
#### 4. Configurazione del lanciatore

Stadio	$\dot{m}_{stadio} = \frac{T}{g_0 I_{sp}}$ [kg/s]	Motore	$n$	$\dot{m}_{motore} = \frac{\dot{m}_{stadio}}{n}$ [kg/s]	$\dot{m}_{progetto}$ [kg/s]
I	505.9	LE-7A	2	252.9	252
II	23.3	RL 10C-1	1	23.3	24.8
III	18.3	RL 10C-1	1	18.3	24.8

Tabella 4.7: Confronto fra portate motore al funzionamento del lanciatore e a progetto

	LE-7A (stadio I)	RL 10C-1 (stadio II e III)
L [m]	3.24	2.14
D esterno [m]	1.83	1.47
D camera [m]	0.332	0.19

Tabella 4.8: Tabella di confronto delle dimensioni ugelli



# Capitolo 5

## Analisi TOPSIS

È stato possibile scegliere la configurazione ideale tra le varie che sono state tenute in considerazione sfruttando il metodo **TOPSIS** (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), utilizzabile ogni qualvolta si debba individuare una soluzione ideale tra una serie di alternative, valutate sulla base di un certo numero di criteri [1].

L'idea alla base di questo metodo è quella di popolare una matrice, detta matrice *decisionale*  $t$ , con gli  $n$  parametri che si è deciso di considerare sulle varie colonne; ogni riga sarà pertanto relativa ad una configurazione. Tale matrice viene successivamente normalizzata e, infine, moltiplicata, colonna per colonna, per un certo peso (anch'esso normalizzato) che si decide di dare a tale parametro rispetto agli altri.

A partire dalla matrice decisionale  $t$  viene dunque calcolata la distanza della singola configurazione dal caso migliore e peggiore come

$$d_{i,w/b} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (t_{i,j} - t_{(w/b)_j})^2}$$

Dove  $t_{(w/b)_j}$  è il valore migliore/peggiore del parametro  $j$ -esimo. Viene infine calcolato, per la singola configurazione, il cosiddetto **indice di similarità** alla condizione peggiore come

$$s_{i,w} = \frac{d_{i,w}}{d_{i,w} + d_{i,b}}$$

Dove  $d_i$  indica la distanza della configurazione  $i$ -esima dal caso peggiore ("w") e migliore ("b"). Questo indice è tanto più vicino a 1, quanto più è lontana la configurazione dal caso peggiore, pertanto verrà stilato un *ranking* sulla base di quanto è prossimo a 1 l'indice di similarità alla condizione peggiore della configurazione.

### 5.1 Scelta dei parametri

I **parametri** che si è scelto di tenere in conto per ogni configurazione sono i seguenti:

- **Lift-off mass**
- **Payload ratio**
- **Indice di operabilità e manufacturabilità** dei propellenti
- **Costo**

Per quanto riguarda la lift-off mass, essa è nota dai precedenti calcoli; il payload ratio è stato calcolato come descritto in appendice, considerando in particolare per la prima fase (quella in cui sono attivi gli eventuali booster in contemporanea al primo stadio) che la massa di propellente bruciato dal primo stadio contemporaneamente alla combustione dei booster è pari a un decimo della massa totale di propellente del primo stadio.

Infatti, considerare che booster e primo stadio brucino sempre in contemporanea risulta essere un'approssimazione troppo grossolana, che si è visto modificare sensibilmente il successivo ranking dell'analisi, facendo risultare come ottimale una configurazione che effettivamente non lo è.

Risulta infine necessario introdurre di seguito il calcolo dell'indice di operabilità e del costo.

### 5.1.1 Indice di operabilità e manifatturabilità

Per tenere conto della produzione, gestione e manifattura dei vari propellenti è possibile utilizzare un approccio basato sulla definizione delle cosiddette *variabili linguistiche*: a ciascun'alternativa, in questo caso propellenti, si associa un valore linguistico (ad esempio "poor", "medium" e "high", nel caso di tre alternative)<sup>1</sup>; ogni suddetto valore linguistico è successivamente quantizzato, in questo caso facendo utilizzo dei **numeri di Crisp**, ossia assegnando a ciascun valore linguistico un corrispondente numero, assicurandosi che la spaziatura tra i vari Crisp sia tale per cui non si crei una differenza eccessiva tra la configurazione più complessa e più semplice.

Per quanto concerne i propellenti considerati nel corso di questo progetto, si sono individuati due propellenti liquidi (LH2 e RP-1) ed un propellente solido per gli eventuali booster. L'idrogeno liquido risulta essere il più difficile da manipolare, invece il propellente RP-1 risulta più semplice, ma non meno di quello solido. La tabella 5.1 riassume quanto appena esposto. Si è assegnato alla variabile linguistica "poor" un valore di 2 e si è scelta una spaziatura anch'essa pari a 2.

Propellente	Variabile linguistica	Crisp
LH2/LOX	"Poor"	2
RP-1/LOX	"Medium"	4
Solido	"High"	6

Tabella 5.1: Crisp

L'indice di operabilità e manifatturabilità è infine calcolato con una **media aritmetica** tra i Crisp, arrotondata all'intero più vicino, di ogni propellente della configurazione.

$$i_{op} = \frac{\sum Crisp}{n_{prop}}$$

### 5.1.2 Costo

La stima del costo di ogni configurazione è stata effettuata utilizzando delle cosiddette **CER** (*Cost Estimating Relationships*), ovvero delle relazioni che legano il costo dei vari componenti (come ad esempio gli stadi liquidi e i booster) ad un parametro, come ad esempio la loro "dry

<sup>1</sup>Il valore linguistico "poor" indica la configurazione più difficile da manipolare, il valore "high" invece la più semplice.

mass" (massa strutturale). Esse sono ottenute interpolando al meglio dei dati statistici e fanno inoltre uso di coefficienti correttivi che tengono conto di ulteriori possibili influenze sul costo, come ad esempio la complessità del progetto (innovativo o standard) oppure l'esperienza del team che lavora ad esso.

Successivamente alla stima del costo dei singoli componenti della configurazione, si può procedere a stimare quello totale della configurazione, sommando i vari costi e considerando due ulteriori coefficienti: uno che tenga conto dell'integrazione dei vari stadi della configurazione, ed uno che tenga conto di un possibile ammortamento del costo, qualora si scelga di affidare la realizzazione del progetto ad un'azienda europea o di altro continente.

Nello scrivere le CER e la relazione per il costo complessivo della configurazione ci si è basati sul "**Transcost Model**" presente in letteratura [13]. Esso presenta le seguenti CER per la stima dei costi di uno stadio liquido

$$C_l = 100 \cdot f_1 \cdot f_3 \cdot M_l^{0.555}$$

e di un booster

$$C_b = 10.4 \cdot f_1 \cdot f_3 \cdot M_b^{0.6}$$

Il costo totale della configurazione è quindi calcolato come

$$C_{tot} = f_0 \cdot f_8 \cdot \left( \sum_i C_{l_i} + \sum_j C_{b_j} \right)$$

In particolare, le masse sono masse strutturali, mentre i quattro coefficienti presenti sono:

- $f_1$  è un coefficiente che tiene conto della complessità di realizzazione e progettazione del sistema. Esso è stato posto pari a 1, considerando un progetto standard, facente uso di tecnologie affermate e validate
- $f_3$  è un coefficiente che tiene conto dell'esperienza del team di lavoro. Lo si è posto pari a 0.9, considerando un team altamente esperto.
- $f_0$  è un coefficiente che tiene conto dell'integrazione dei vari sistemi e dipende dal numero di stadi. Esso è calcolato come  $f_0 = 1.04^{n_{stadi}}$ .
- $f_8$  è un coefficiente che tiene conto del possibile ammortamento dei costi qualora si decida di affidare la produzione ad un'azienda, ad esempio, europea. Si è deciso di fare proprio ciò, pertanto si è visto in letteratura [13] che il suddetto coefficiente in tal caso vale 0.86.

Il costo così calcolato è espresso in una particolare unità chiamata "**Man Year**", che misura in sostanza il tempo pro-capite necessario alla realizzazione del componente. Risulta particolarmente conveniente esprimere così il costo, in quanto una tale unità permette di bypassare una serie di complicazioni dovute a fattori prettamente economico-finanziari che si dovrebbero invece considerare riportando il costo in una valuta corrente. In ogni caso, è presente una conversione tra MY e valute correnti aggiornata a tempi recenti.

## 5.2 Scelta della configurazione

Viene effettuata l'analisi TOPSIS, secondo le metodologie discusse poc'anzi, sulle 23 diverse configurazioni individuate precedentemente; i risultati sono riportati nella **tabella 5.2**.

Come è possibile notare, la configurazione classificatasi al primo posto è risultata essere quella con 3 stadi LOX-LH2 e 2 booster; essa è, in particolare, la configurazione con il payload ratio più alto, per cui permette di ottenere, a parità di peso del payload, una massa inferiore.

Sebbene l'idrogeno liquido sia più complesso da produrre rispetto a RP-1, il risultato è un incremento delle prestazioni a livello propulsivo (maggior impulso specifico), necessitando quindi di una minor massa e, conseguentemente, permettendo di contenere i costi.

L'utilizzo dei booster permette inoltre di ridurre ulteriormente la massa al decollo, determinando di conseguenza un risparmio in termini economici e di complessità nella progettazione.

Poiché dunque la configurazione classificatasi al primo posto presenta un payload ratio più alto di tutti, una massa al decollo piuttosto contenuta (le minime masse al decollo le si hanno per una configurazione analoga, ma con un numero diverso di booster, per i quali però si perde in payload ratio) ed un indice di operabilità, nonché un costo ritenuti entrambi accettabili, si è deciso di adottare tale configurazione.

Configurazione	Propellants	Booster	Lift-off mass [ton]	Payload ratio	Operability	Cost [MY]	Ranking
1	RP1/LH2	0	247,986	0,0339	3	26923,28	23
2	RP1/LH2	1	288,2272	0,1497	4	24882,51	18
3	RP1/LH2	2	301,8126	0,0894	4	25406,09	22
4	RP1/LH2	2	285,7227	0,2256	4	24802,58	14
5	RP1/LH2	3	279,2613	0,1801	4	25407,49	16
6	RP1/LH2	4	274,8885	0,1498	4	25840,59	20
7	RP1/LH2/LH2	0	193,6352	0,096	3	32186,69	21
8	RP1/LH2/LH2	1	206,5733	0,3965	4	31008,11	8
9	RP1/LH2/LH2	2	268,8986	0,2647	4	27698,04	11
10	RP1/LH2/LH2	2	204,7573	0,6392	4	29487,66	2
11	RP1/LH2/LH2	3	199,3218	0,4891	4	30594,12	5
12	RP1/LH2/LH2	4	201,1382	0,4096	4	32330,41	7
13	LH2/LH2	0	196,3286	0,0449	2	24781,92	17
14	LH2/LH2	1	224,2345	0,1819	3	21390,07	12
15	LH2/LH2	2	337,2081	0,1209	3	23149,24	19
16	LH2/LH2	2	224,2858	0,3063	3	21336,76	9
17	LH2/LH2	3	217,9036	0,2237	3	22172,68	10
18	LH2/LH2	4	214,8425	0,1771	3	22632,04	13
19	LH2/LH2/LH2	0	172,2044	0,1705	2	26866,81	15
20	LH2/LH2/LH2	1	179,187	0,4637	3	28646,12	6
21	LH2/LH2/LH2	2	187,7738	0,8897	3	27345,04	1
22	LH2/LH2/LH2	3	172,2307	0,5812	3	29109,46	3
23	LH2/LH2/LH2	4	170,908	0,4857	3	30955,97	4

Tabella 5.2: Risultati dell'analisi TOPSIS

# Capitolo 6

## Struttura

La struttura del lanciatore è il corpo su cui si sviluppano tutti i sistemi, che interagendo tra loro permettono, a quello che è sostanzialmente un cilindro di grandi dimensioni, di portare in orbita il Payload. L'analisi della struttura si è suddivisa in una prima fase di calcolo tramite modelli matematici dei carichi critici cui è sottoposto il lanciatore e una seconda di validazione di questi ultimi tramite l'utilizzo di modelli agli elementi finiti. Mediante l'ausilio del NASA SP-8007, *Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders*[19], si sono riportate in Matlab le equazioni B che hanno permesso di calcolare il carico critico di Buckling al variare del numero di onde, delle caratteristiche geometriche della struttura - spessori, lunghezze e diametro - e degli irrigidimenti. Basandosi poi su un approccio più classico si è determinato il carico critico Euleriano della struttura compressa assialmente.

### 6.1 Scelta del materiale

La scelta del materiale per la struttura del lanciatore è stata effettuata attraverso il software Ansys GRANTA EduPack. Esso consente di effettuare un'analisi approfondita dei materiali attualmente disponibili attraverso le mappe di Ashby [14] che consentono di ridurre la selezione dei materiali imponendo i requisiti dettati dalla missione.

Per il caso di studio, si è andati ad imporre innanzitutto che il materiale facesse parte della famiglia dei metalli. Nonostante nel campo aerospaziale si stia diffondendo sempre più l'impiego di materiali compositi, durante la nostra ricerca essi non sono stati presi in considerazione. La motivazione principale è legata al fatto che, con i compositi risulta complesso rintracciare la presenza di eventuali cricche all'interno, rendendo quindi difficile prevedere il comportamento a fatica della struttura, a causa anche dell'assenza di una stima precisa dei carichi a cui essa sarà sottoposta.

Da questa premessa, si sono imposti gli altri requisiti, quali:

- materiale metallico
- densità  $< 5000 \frac{kg}{m^3}$
- $\sigma_{0,2} > 10MPa$
- buona/eccellente saldabilità
- buona/eccellente resistenza alle radiazioni UV

Ognuno di questi requisiti trova fondamento in quelle che sono le peculiarità dell'ambiente spaziale (alta esposizione ai raggi UV) e nella necessità di avere una struttura leggera e resistente allo stesso tempo, che non presenti punti deboli in prossimità delle giunzioni con gli irrigidimenti. Una volta ottenuta una selezione di materiali che rispettano tali requisiti, si è andati a creare i diagrammi di Ashby che ne mettessero a confronto alcune proprietà, meccaniche, fisiche ed economiche.

Come si può notare dai tre grafici sottostanti, i principali metalli evidenziati dalla selezione sono le leghe di alluminio, le leghe di magnesio e le leghe di titanio.

Da un punto di vista economico sicuramente, tra le tre possibili scelte, la lega di alluminio risulta essere la più vantaggiosa, con un costo per unità di volume inferiore agli altri tipi di leghe a parità di modulo di Young. Le leghe di titanio, a parità di modulo di Young, presentano un limite elastico certamente maggiore di quello delle leghe di alluminio; tuttavia, la loro densità è a sua volta superiore, pertanto si è preferito scartarle per poter ulteriormente alleggerire la struttura, necessità fondamentale nel settore aerospaziale.

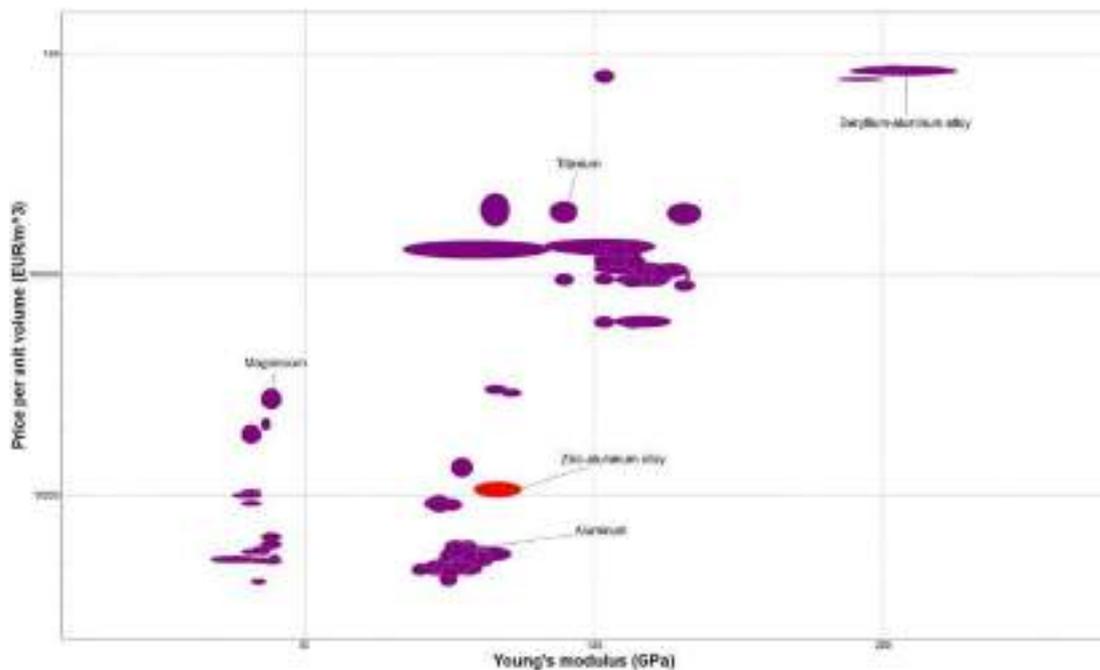


Figura 6.1: Confronto modulo di Young - prezzo per unità di volume per i metalli selezionati



Modulo di Young, $E$	72000 MPa
Tensione di snervamento, $\sigma_{0,2}$	400 MPa
Densità, $\rho$	2810 kg/m <sup>3</sup>
Modulo di Poisson, $\nu$	0.33
Prezzo per unità di volume	5314 EUR/m <sup>3</sup>

## 6.2 Scelta degli irrigidimenti

Nel report NASA di riferimento è illustrata la metodologia per calcolare il carico critico della struttura considerando la presenza di irrigidimenti assiali e circolari disposti lungo quest'ultima. Nella formulazione dei coefficienti ( $A_{ij}$ ) che entrano in gioco si fa quindi riferimento all'inerzia (I) ed al coefficiente di torsione (J) degli irrigidimenti considerati.

In questa fase sono state provate tre sezioni tipiche sia per gli irrigidimenti longitudinali che circolarziali, in modo da avere una panoramica di come la risposta al buckling variasse con le diverse configurazioni. Inoltre si è tenuto conto delle variazioni di dimensioni degli irrigidimenti in modo da poter comprendere quale fosse il miglior compromesso peso-incremento del carico critico di buckling.

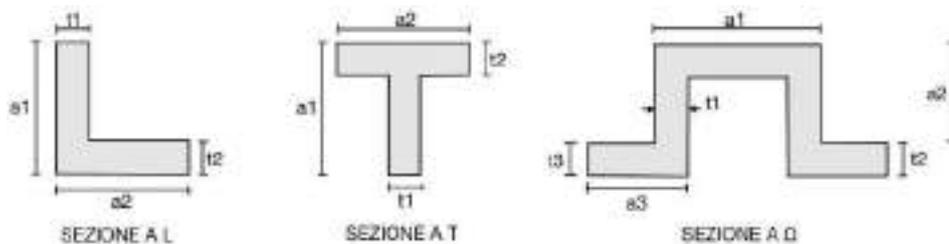


Figura 6.4: Sezioni irrigidimenti longitudinali



Figura 6.5: Sezioni irrigidimenti circolarziali

Entrando nei dettagli del calcolo, si è scelta una lunghezza del cilindro di riferimento pari a 33 m (pari alla somma delle lunghezze dei tre stadi) e un diametro di 4 m, in modo da mantenere un Aspect Ratio abbastanza alto ( $AR \simeq 10$ ), come prescritto nel NASA Report, lo spessore del cilindro è stato fissato come valore di prova a 0,02 m. Su questa base sono state variate le caratteristiche degli irrigidimenti, nella fattispecie si è deciso di mantenere l'altezza

massima di questi ultimi inferiore i 0,06 m in modo da non ridurre eccessivamente il volume interno, e di far variare lo spessore tra un minimo di 0,002 m e un massimo di 0,006 m. Le altre dimensioni d'interesse per gli irrigidimenti sono state fatte variare in modo proporzionale l'altezza di riferimento degli stessi. Si riportano quindi i range per ogni dimensione dei diversi irrigidimenti facendo riferimento la figura sopra riportata.

Sezioni	a1	a2	a3	t1	t2	t3
L	0.04 : 100 : 0.06	0.04 : 100 : 0.06	/	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	/
T	0.04 : 100 : 0.06	0.04 : 100 : 0.06	/	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	/
$\omega$	0.04 : 100 : 0.06	0.02 : 100 : 0.03	0.008 : 100 : 0.012	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01
C	0.04 : 100 : 0.06	0.04 : 100 : 0.06	0.04 : 100 : 0.06	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	/
Z	0.04 : 100 : 0.06	0.013 : 100 : 0.02	/	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	/
S	0.04 : 100 : 0.06	0.013 : 100 : 0.02	0.0067 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01	0.002 : 100 : 0.01

Tabella 6.1: Range delle dimensioni delle sezioni

Basandosi sui dati riportati, in seguito alle analisi svolte, è emerso che conviene optare per un correnti con sezione a L e ordinate con una sezione a S. Questa scelta rappresenta un ottimo compromesso tra l'elevato carico critico di questa combinazione e la bassa massa strutturale poco superiore al valore più basso, ottenuto con un irrigidimento trasversale con una sezione a Z piuttosto che con una sezione a S. Da sottolineare il fatto che la variazione della massa strutturale qui indicata è legata alla sola modifica delle dimensioni delle sezioni degli irrigidimenti, considerando sempre la stessa sezione e lunghezza per il cilindro esterno di riferimento. Inoltre, si precisa che il numero di irrigidimenti è stato fissato a 12 per gli irrigidimenti paralleli l'asse del cilindro e 7 per quelli circolari.

In seguito sono riportati i seguenti grafici:

- l'andamento della massa strutturale al variare delle sezioni.
- il carico critico al variare delle dimensioni degli irrigidimenti e delle sezioni utilizzate

Il materiale considerato per i diversi irrigidimenti è lo stesso ed è la lega *Al2014-T6*.

### 6.3 Modello NASA SP-8007

La struttura è stata quindi assimilata ad un cilindro irrigidito compresso assialmente. La definizione del carico critico di buckling è soggetta al numero di onde lungo le due direzioni, longitudinale e circolare.

Sulla base degli irrigidimenti sopra definiti si modellano le caratteristiche di un cilindro isotropo equivalente, ovvero vengono definite formulazioni semi empiriche che permettono di associare le caratteristiche di un irrigidimento alle caratteristiche meccaniche lungo una data direzione. Sulla base di queste si va a definire la matrice dei coefficienti A, in cui si tiene conto dell'inerzia e della posizione degli irrigidimenti stessi ed è quindi possibile calcolare il carico critico pari a:

$$N_x = \left( \frac{L}{m\pi} \right)^2 \left[ A_{33} + A_{23} \left( \frac{A_{13}A_{12} - A_{11}A_{23}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right) + A_{13} \left( \frac{A_{12}A_{23} - A_{13}A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right) \right] \quad (6.1)$$

#### Considerazioni sulla pressione interna

Qualora il cilindro fosse costruito in modo da far coincidere con le pareti esterne le pareti dei serbatoi, queste ultime sarebbero soggette a carichi di pressione interna che andrebbero a

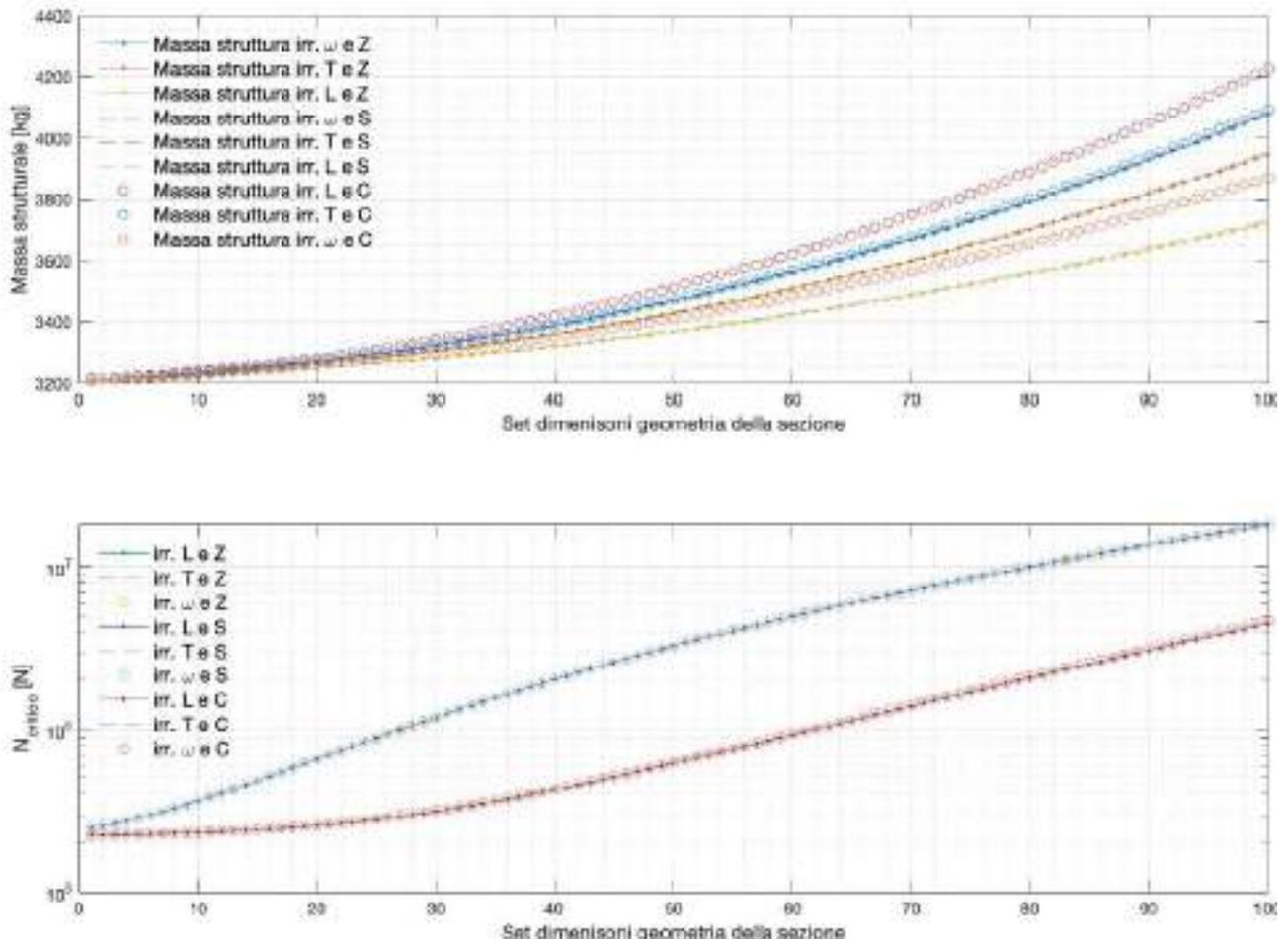


Figura 6.6: Grafici degli andamenti della massa strutturale e del carico critico per diversi set di irrigidimenti

posticipare il carico di buckling. Questa soluzione è però stata scartata in quanto sembrerebbe comportare un incremento di peso della struttura complessiva, legato al necessario incremento di spessore della struttura esterna e le complicazioni legate al posizionamento dei sistemi interni, che risulterebbero annegati nel combustibile. Inoltre ad oggi non si sono riscontrate applicazioni simili.

Si è comunque approfondito il contributo apportato dalla pressione interna al carico critico di buckling. Questo viene calcolato tenendo conto di un coefficiente  $\Delta\gamma$  dipendente dalle condizioni di pressione e spessore della struttura che può essere ricavato dal seguente grafico estratto dal report Nasa.

Nota il valore di  $\Delta\gamma$  è quindi possibile calcolare il contributo della pressione:

$$P_{press} = 2\pi Et^2 \cdot \left( \frac{\gamma}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} + \Delta\gamma \right) + p\pi r^2 \quad (6.2)$$

che va quindi aggiunto ad  $N_{cr}$  precedentemente valutato in modo da ottenere il carico di buckling complessivo:

$$N_{x_{press}} = N_x + P_{press} \quad (6.3)$$

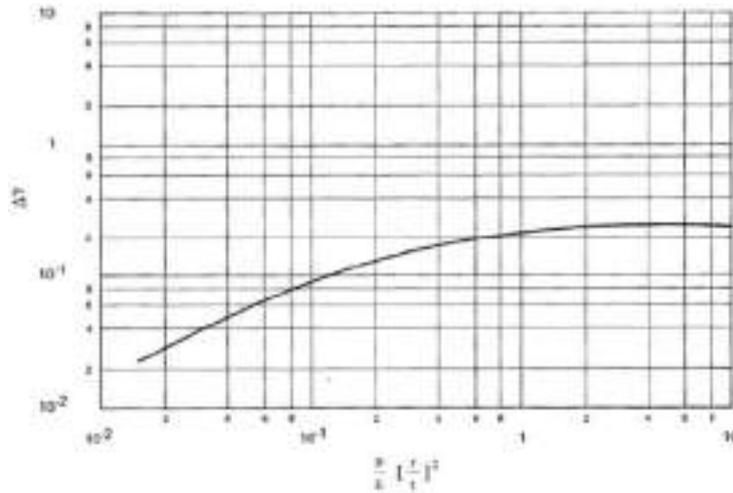


Figura 6.7:  $\Delta\gamma$  al variare delle condizioni di pressione interna e geometria

L'aumento di carico critico di buckling dovuto l'incremento di pressione interna legato l'aver fatto coincidere i serbatoi con la struttura esterna non è stato ritenuto sufficiente a rendere valida la possibilità di considerare una configurazione di questo genere

### 6.3.1 Carico critico al variare dei numeri d'onda

Basandosi su un report della NASA, è stato realizzato uno script MATLAB in cui per ogni numero d'onda longitudinale è stato fatto variare il numero di onde circolari. La figura 6.8 mostra il carico critico minimo (considerando le possibili configurazioni con onde circolari) associato ad un determinato numero di onde longitudinali. Si nota che quando il numero di onde longitudinali è basso, il carico di buckling risulta essere molto elevato, talvolta superiore il carico critico euleriano, questo in quanto avere una unica onda o poche onde lungo la direzione assiale risulta essere una configurazione ad elevata energia, quindi difficilmente raggiungibile.

Confrontando quindi i risultati con quelli dello stesso cilindro non irrigidito si nota che i carichi critici sono di circa un ordine di grandezza inferiori e che questi presentano una tendenza a crescere con l'aumentare del numero di onde lungo l'asse, tendenza opposta rispetto quanto riscontrato con il cilindro irrigidito. Si sottolinea che i modi con un numero di onde molto elevato lungo l'asse non sono riscontrabili effettivamente nel caso reale.

## 6.4 Carico critico Euleriano

Concentrandosi sul *Carico Critico Euleriano* si sono seguiti due approcci differenti: il primo è consistito nel considerare gli irrigidimenti come aree concentrate ed il cilindro come sezioni collaboranti queste ultime; nel secondo caso si è considerata l'area totale come somma di irrigidimenti e cilindro assunti come asta. Dalle analisi è emerso che entrambe le strade portano a risultati molto simili. Si è preferito procedere con il primo metodo che ha fornito risultati più conservativi.

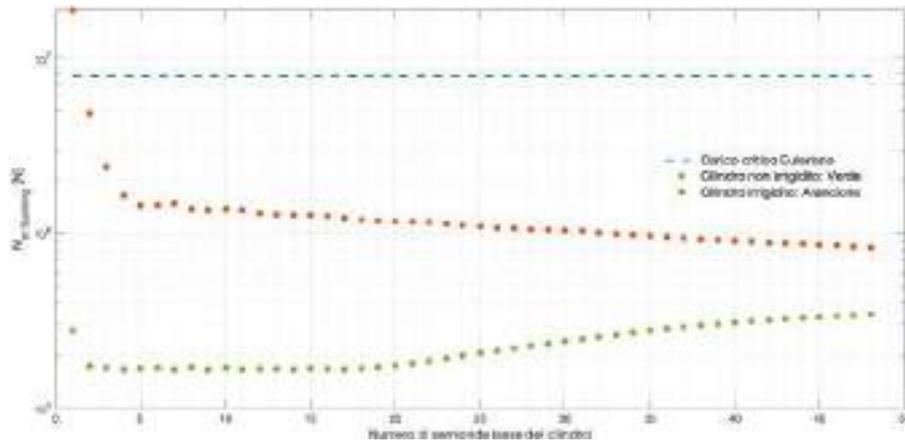


Figura 6.8: Carico critico di buckling al variare del numero d'onda

## 6.5 Ottimizzazione della geometria

### 6.5.1 Vincoli ed obiettivi

Le considerazioni fatte nei paragrafi precedenti ci hanno permesso di identificare le sezioni di irrigidimenti più idonee per i nostri scopi. Per determinare le dimensioni delle pareti del lanciatore e delle sezioni scelte si implementa un algoritmo di ottimizzazione che opera su un unico parametro,  $t$ , pari allo spessore degli irrigidimenti e della parete del cilindro. Si definiscono le altre variabili geometriche (come le dimensioni  $a_1$ ,  $a_2$  ecc. in figura 6.4) in funzione di  $t$  e, posto un intervallo di variazione plausibile, si esamina quali dimensioni permettano di rispettare i seguenti requisiti:

- Stabilità locale della struttura (valore del  $N_x$  come da NASA SP-8007)
- Stabilità globale della struttura (valore del  $P_{cr}$  euleriano)
- Tensione inferiore allo snervamento del materiale (calcolata come  $\frac{\sigma_{0,2}}{SF} = \frac{400 \text{ MPa}}{1.5} = 267 \text{ MPa}$ )

Per comodità i primi 2 requisiti verranno espressi in termini di tensioni per poter essere comparati con il terzo. Per verificare il soddisfacimento dei requisiti si valuterà la tensione raggiunta nel lanciatore immaginandolo compresso da una forza di intensità pari alla spinta massima al decollo ( $750 \text{ kN}$ ), e per semplicità lo si idealizzerà con una trave incastrata caricata di punta.

La configurazione ottimale può essere valutata secondo diverse metriche. Idealmente, si vorrebbe che instabilità locale e globale coincidessero, tuttavia non è detto che questo avvenga. E' per questo che rispetto ad altri criteri è stata preferita la minimizzazione della massa strutturale. In funzione di queste ipotesi, il valore di spessore che determini una tensione tale da soddisfare tutti i criteri nella condizione di carico considerata determinerà la geometria ottimale.

### 6.5.2 Risultati

Riportiamo in figura i risultati dell'ottimizzazione. Si evidenzia come i requisiti di stabilità euleriana e snervamento del materiale siano i meno stringenti, e per determinati valori di spessore questi addirittura coincidono. Notiamo inoltre come nel campo di variazione considerato non ci sia mai coincidenza tra instabilità locale e globale.

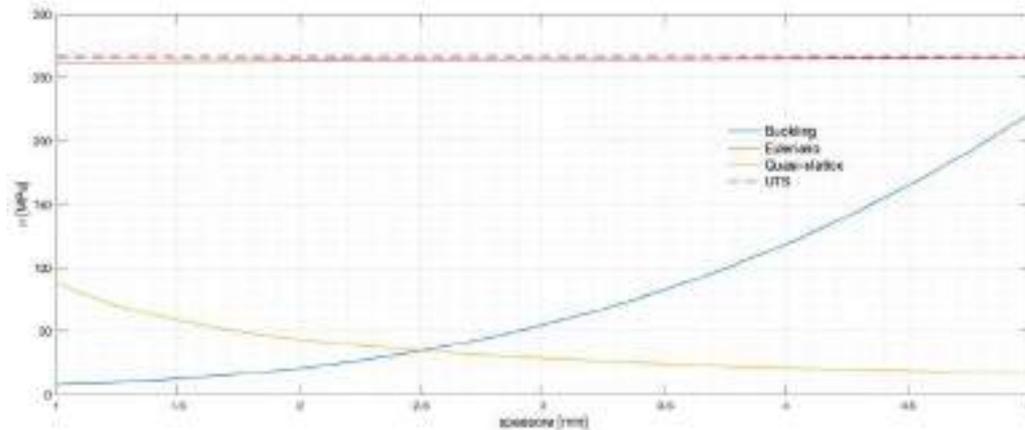


Figura 6.9: Risultati ottimizzazione

Il punto ottimale è stato identificato nel valore  $t = 2.5 \text{ mm}$  in maniera da garantire un margine di sicurezza pari a  $SF = 1.5$ , tipico per le applicazioni aerospaziali. Sulla base di questo si determina un valore di massa strutturale pari a circa 3.1 tonnellate ed una geometria finale con parete di spessore  $t$  e dimensioni delle sezioni come riportato in tabella 6.2.

	L (irr. longitudinali)	S (irr. trasversali)
$a_1$ [mm]	30	45
$a_2$ [mm]	20	20
$a_3$ [mm]	-	6.5
$t = t_1 = t_2$ [mm]	2.5	2.5

Tabella 6.2: Dimensioni delle sezioni degli irrigidimenti

## 6.6 Modello FEM

### 6.6.1 Costruzione del modello

La realizzazione di un modello ad elementi finiti del lanciatore ha avuto il duplice scopo di ottenere un termine di paragone per i risultati preliminari sull'instabilità ottenuti adottando il report NASA SP-8007, oltre a calcolare lo stato tensionale e gli spostamenti nelle configurazioni di carico ritenute più significative. Nella modellazione abbiamo operato le seguenti assunzioni:

- La geometria considerata è quella di un cilindro irrigidito da correnti ed ordinate
- Si può trascurare la divisione in stadi
- Si possono trascurare le interfacce con altri elementi non strutturali, come il fairing ed i booster
- Il comportamento della struttura è lineare

Rapportando le dimensioni del lanciatore rispetto allo spessore dei pannelli ed alla sezione degli irrigidimenti, si è deciso di modellare queste componenti rispettivamente attraverso elementi 2D ed 1D, utilizzando le dimensioni ottenute dall'ottimizzazione condotta negli step precedenti. La discretizzazione della geometria è avvenuta suddividendo ciascun settore cilindrico compreso tra

2 correnti ed ordinate in 2 divisioni lungo la circonferenza e 6 divisioni lungo l'asse del cilindro, per un totale di 864 elementi CQUAD4 e 600 CBAR2. Agli elementi 1D è stata assegnata la proprietà PBEAM, associata al tipo ed alle dimensioni scelte per la sezione, mentre gli elementi bidimensionali sono modellizzati con PSHELL di spessore 2.5 mm.

### 6.6.2 Impostazione dell'analisi di Buckling

Il calcolo dei modi di buckling è stato condotto vincolando i nodi sulla base del lanciatore con un incastro, ovvero bloccando tutti gli spostamenti e le rotazioni. E' stato poi applicato un carico unitario sulla sommità, distribuito sui nodi attraverso un MPC di tipo RBE3, quindi si è creato un load case che tenesse conto di questi carichi e vincoli. Esso risulta propedeutico al calcolo della matrice di rigidezza geometrica  $[K_g]$  ed alla risoluzione del problema agli autovalori

$$[K]\{u\}_i = \lambda_i[K_g]\{u\}_i$$

dove  $\lambda_i$  è il coefficiente moltiplicativo del carico applicato affinché si abbia instabilità. Avendo posto carico unitario, questo coinciderà anche con il valore del carico critico associato all' $i$ -esima forma modale. Riportiamo i risultati ottenuti e le relative considerazioni nel paragrafo successivo.

### 6.6.3 Risultati e confronto rispetto al NASA-SP8007

	n°semionde long.	n°onde circ.
1	6	8.5
2	4	7
3	6	9
4	6	8.5
5	6	9

Tabella 6.3: Configurazione dei modi di buckling

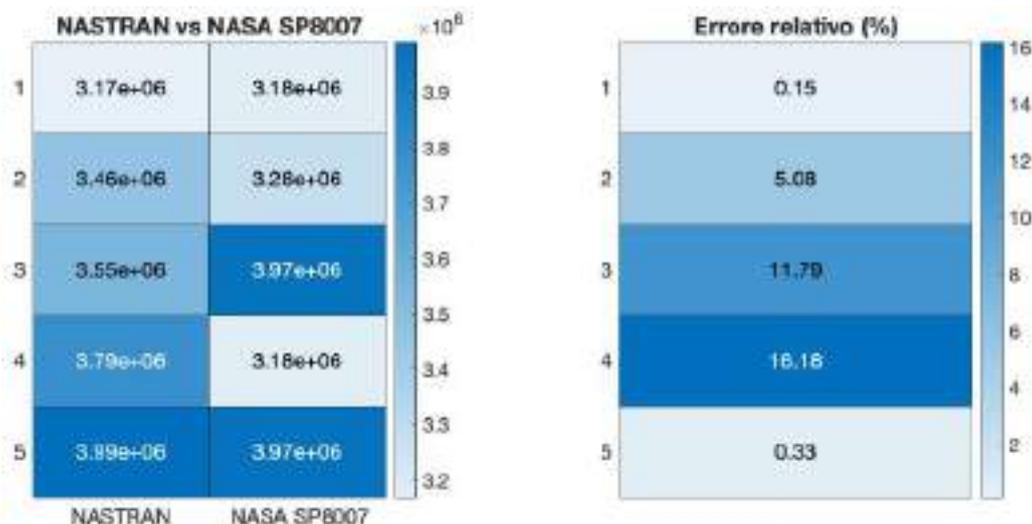


Figura 6.10: Confronto risultati

Riportiamo in tabella 6.3 la configurazione corrispondente a ciascuno dei primi 10 autovalori ottenuti dal modello FEM. Per comodità ne riportiamo solamente 5 in quanto, grazie alla presenza di 2 assi di simmetria nella sezione circolare, ogni modo risulta duplicato. Dai risultati in figura 6.10 si evidenzia che:

- La stima del carico critico fatta durante l'ottimizzazione dello spessore è minore di circa il 30% rispetto al risultato FEM del 1° modo, poiché nella configurazione ipotizzata a priori con  $(m, n) = (6, 6)$  si otteneva un  $N_x \approx 2 \times 10^6 N$ . Possiamo considerare che il risultato FEM sia più plausibile in quanto non implica una forma modale a priori, e dunque le scelte fatte sulla geometria risultano conservative.
- Non sempre la forma modale è descrivibile da un numero di onde intero. Ciò non rappresenta un problema in quanto la classificazione dei modi secondo i numeri d'onda dipende dal tipo di soluzione imposta a priori nei modelli teorici, e può non rispecchiare la deformata "vera" della struttura. Il tipo di comportamento in questi casi vede un singolo picco che divide 2 onde "regolari", per cui il numero frazionario non è da interpretare come uno strappo (che sarebbe indice di un errore di connessione) bensì come una caratteristica del modo considerato.
- Tra i primi 10 modi non compare l'instabilità euleriana, come già anticipabile dal grafico. Questo fatto legittima l'impiego del report SP-8007 come criterio dimensionante.
- Il confronto con i risultati ottenuti dal report NASA SP-8007 non presenta un andamento monotono dell'errore, ma resta globalmente accettabile sulla maggioranza dei modi considerati.

### Analisi dell'errore tra i due metodi

I due modelli di calcolo qui considerati, ovvero il metodo semi-empirico proposto dal NASA SP-8007 ed il modello FEM, risultano entrambi utili al dimensionamento ed alla verifica dei requisiti sulla struttura sebbene presentino delle fondamentali differenze. In particolare, l'approccio semi-empirico considera cilindri rinforzati in condizione di semplice appoggio dove l'unica componente di spostamento nulla è la traslazione lungo l'asse del cilindro. Di contro, questo non è possibile in un modello FEM in quanto comporterebbe una singolarità che non permetterebbe la risoluzione del problema.

Per cercare di risolvere questa discrepanza abbiamo costruito un secondo modello FEM al fine di indagare quale fosse il ruolo delle condizioni di vincolo nel confronto dei risultati. L'incastro è stato sostituito con un vincolo che bloccasse unicamente gli spostamenti lungo l'asse del cilindro su tutta la base della struttura, aggiungendo il blocco alle 2 traslazioni mancanti su un unico nodo sempre posto sulla base, per eliminare le labilità. Confrontando i 2 modelli è emerso come l'influenza delle condizioni di vincolo risulti marginale tanto sugli autovalori quanto sulle forme modali calcolate, almeno limitatamente alle prime 10. Stanti questi risultati abbiamo assunto il modello con l'incastro come valido, avendo però compreso che le differenze insite tra la modellazione FEM e l'approccio della NASA siano tali da rendere i 2 metodi non direttamente confrontabili.

Una ragione evidente a sostegno di questa affermazione risiede nell'impossibilità, da parte del metodo semiempirico, di fornire valori di carico critico diversi per una stessa forma modale (ovvero, stessa coppia  $(m, n)$ ). Ciò accade per i modi 1 e 4, dove a parità di forma modale si ottiene un unico valore di carico a fronte dei 2 diversi valori forniti dal modello FEM. Osserviamo inoltre come il metodo semiempirico, di tipo continuo, non mostri la sottostima sistematica

degli autovalori che si avrebbe nei confronti di un modello discreto e quindi più rigido. Su quest'aspetto resta da indagare quale possa essere il ruolo della discretizzazione introdotta, visto che i calcoli non sono stati preceduti da un'analisi di convergenza.

Per concludere possiamo evidenziare e riassumere quanto segue:

- I 2 metodi di calcolo proposti non risultano direttamente confrontabili
- La convergenza dei 2 metodi sul primo valore di carico critico è ottima. A discapito delle differenze, essi mostrano dei risultati comunque vicini e tali da garantire alla struttura di operare con un margine di sicurezza sufficiente
- L'accordo tra i 2 metodi è tanto maggiore quanto più la forma modale non prevede lo spostamento degli elementi alla base, come accade nei modi 1, 2 e 5, poiché in questo modo si risente meno della differenza nelle condizioni di vincolo

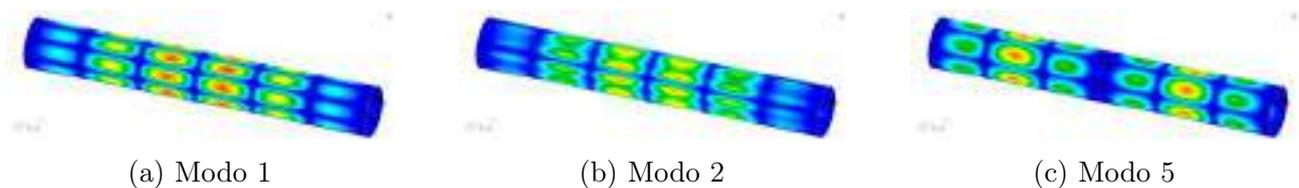


Figura 6.11: Immagini dei tre modi con minor deformazione alla base

#### 6.6.4 Inertial Relief

Dopo aver definito il modello FEM e analizzato il suo comportamento a Buckling, si è passati all'analisi della struttura in funzione dei carichi in gioco, dovuti principalmente alla spinta dei propulsori, alla resistenza aerodinamica e ad eventuali forze laterali.

L'inertial relief è una funzione di Nastran che consente la simulazione di strutture non soggette a vincoli all'interno di un'analisi statica agli elementi finiti, in cui viene richiesto che il modello sia completamente vincolato in tutte le direzioni.

In mancanza di questa condizione si verificherebbero delle singolarità nella matrice di rigidità che comprometterebbero i risultati dell'analisi, per questo il metodo di Inertia relief utilizza l'inerzia della struttura per creare uno stato di equilibrio statico, consentendo la risoluzione del modello.

Per quanto riguarda i vincoli sono stati considerati degli MPC, ovvero Multi-point constraints, e nello specifico del tipo RBE-2 e RBE-3.

Gli RBE-2 impongono un vincolo cinematico e sono formati da un nodo detto Master, e da nodi dipendenti da esso chiamati Slave, per far sì che quest'ultimi si muovano rigidamente con quello indipendente.

Questi tipi di nodi sono stati associati alla sezione inferiore, in cui viene applicata la spinta dei thruster concorde all'asse longitudinale del cilindro, e alla sezione superiore in cui agisce il carico aerodinamico.

Per quanto riguarda le forze laterali invece, sono stati considerati dei nodi di tipo RBE-3 in quanto i gradi di libertà che si considerano nel singolo nodo Slave sono ottenuti secondo una media ponderata di tanti nodi indipendenti detti Master.

Un'eventuale forza laterale viene applicata al nodo di tipo RBE-3 coincidente con il baricentro della struttura, la quale viene ridistribuita agli altri nodi seguendo sempre il metodo della media ponderata.

In quest'ultimo caso è stato considerato questo tipo di nodo anche per il fatto che la massa strutturale è molto minore della massa totale del lanciatore e questo avrebbe portato a una sottostima dei carichi laterali in quanto imponendo un'accelerazione per la sola massa strutturale le forze in gioco sarebbero state non congrue alla realtà.

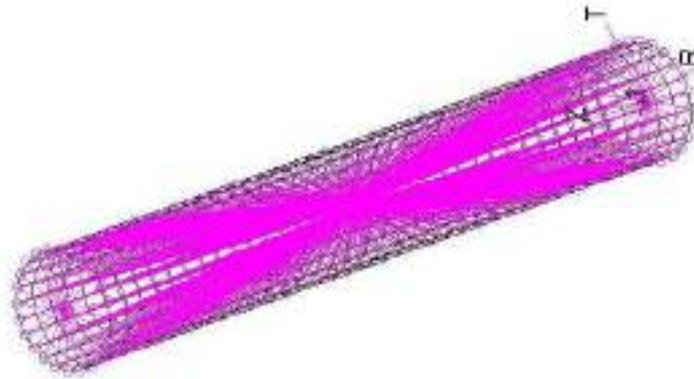


Figura 6.12: Nodi RBE2 agli estremi ed RBE3 coincidente con il baricentro

### Condizioni di carico considerate

Per quanto riguarda le condizioni di carico considerate ci si è rifatti allo studio di Mission Design in cui sono stati valutati i carichi assiali e laterali, dovuti principalmente alla rotazione lungo la traiettoria, a cui il lanciatore è soggetto per le diverse fasi di ascesa.

	Take-off	Starting-Rotation	Max-Lateral-Load	Max-Thrust
Spinta [kN]	750	860	775	870
Resistenza aerodinamica [kN]	0	1,4	0	0
Lateral-Load [kN]	0	70	450	380

Tabella 6.4: Condizioni di carico considerate

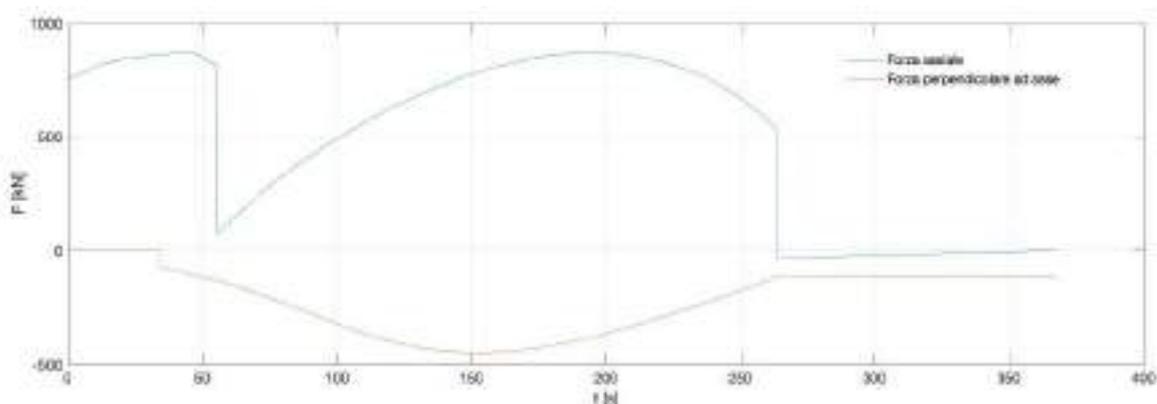


Figura 6.13: Forza in assi corpo in funzione del tempo

C'è da sottolineare come le analisi per quanto riguarda l'Inertial Relief fanno riferimento alla sola prima fase di volo, ovvero fino al distacco del primo stadio in quanto questa è la più critica a livello strutturale.

### Risultati ottenuti

	Take-off	Starting-Rotation	Max-Lateral-Load	Max-Thrust
Stress Massimo [MPa]	26	29,9	27,6	30,7
Deformazione Massima	2,97e-04	3,42e-04	3,15e-04	3,51e-04
Spostamento Massimo [mm]	3,32	3,84	3,63	4,02

Tabella 6.5: Risultati Inertial-Relief

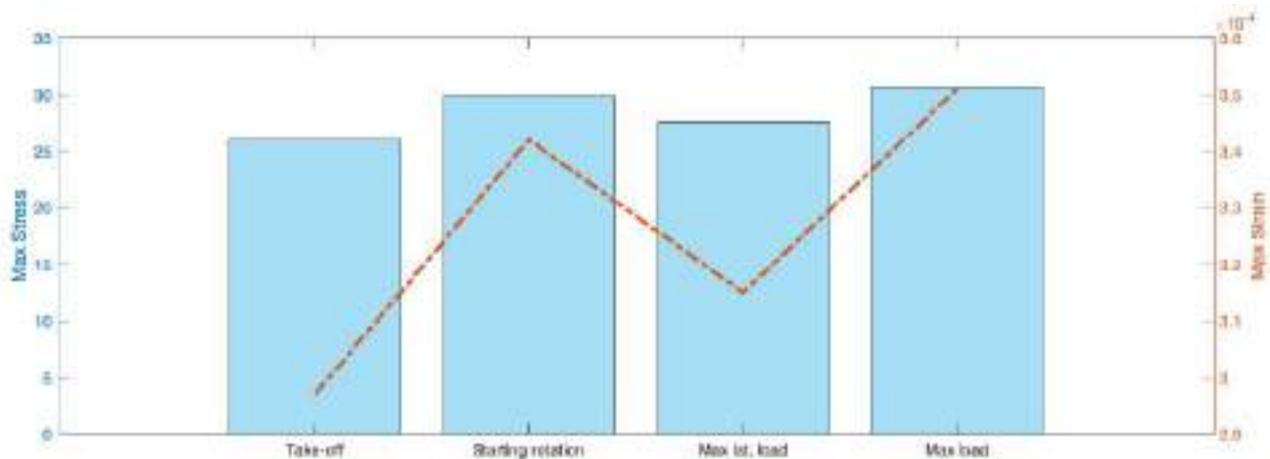
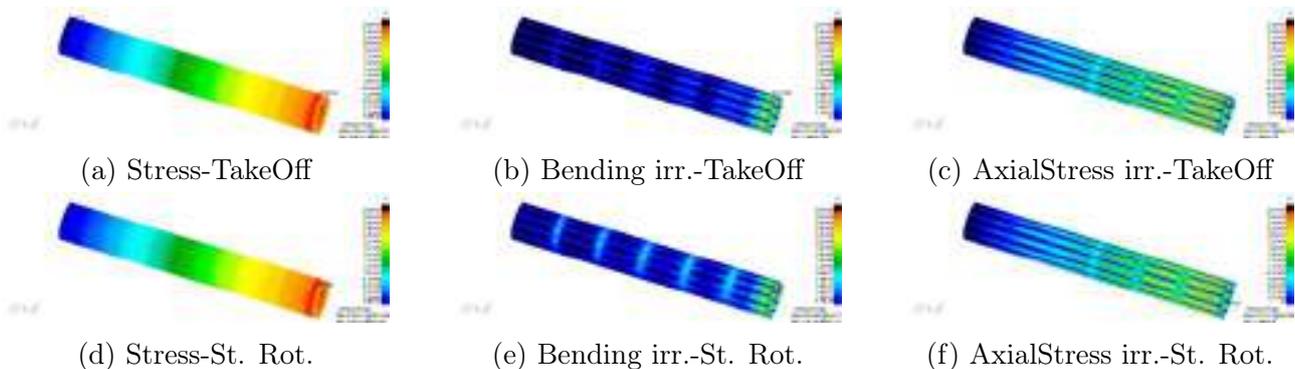


Figura 6.14: Risultati Inertial Relief

La fase che più mette alla prova la struttura è quella in cui vi è spinta dai propulsori massima unito ad un alto valore di carico laterale anche se non massimo. Questa condizione implica uno stress massimo di circa 30 MPa con conseguente spostamento massimo di circa 4 millimetri, come riportato in tabella. Si riportano quindi gli andamenti sulla struttura di stress complessivo ed in particolare carichi assiali e flessionali sugli irrigidimenti per le diverse fasi considerate.



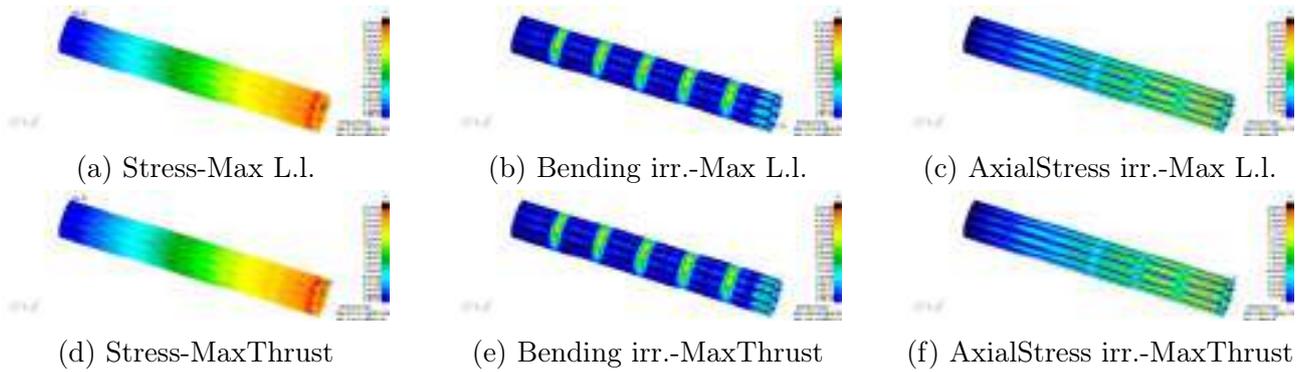


Figura 6.16: Risultati Inertial Relief

## 6.7 Modello dinamico a 5 gradi di libertà

L'analisi dinamica del sistema parte dalla definizione del modello utilizzato. Si è infatti schematizzato il lanciatore come un sistema a 5 DOF, del tipo massa molla smorzatore, riportato in figura 6.17, nel quale non vengono considerati i booster.

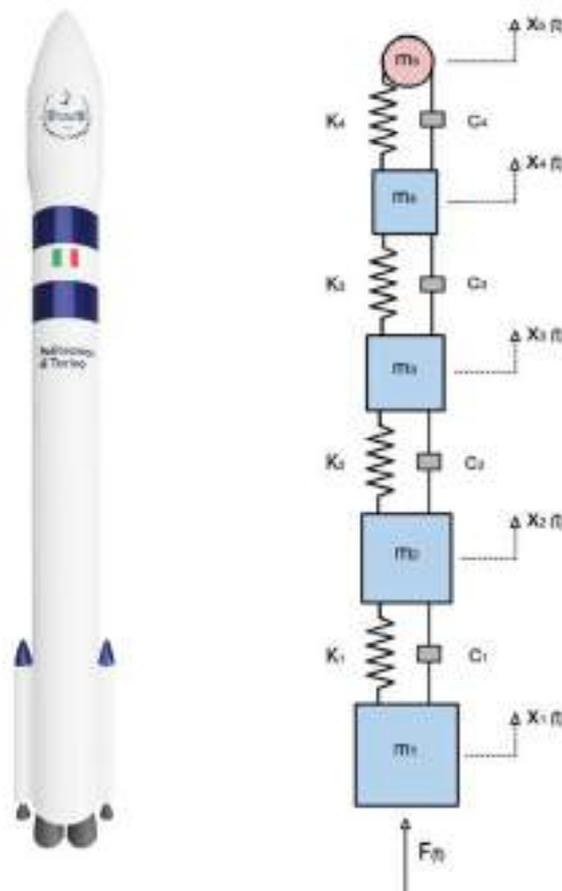


Figura 6.17: Schema lanciatore per analisi dinamica

Si è considerato  $m_1$  massa del primo stadio,  $m_2$  massa del secondo stadio,  $m_3$  massa terzo stadio,  $m_4$  massa di fairing e adapter ed  $m_5$  massa del payload. Si sono imposti gli smorzamenti

$c_i$  nulli e la forzante  $F(t)$  pari alla spinta del primo stadio del lanciatore e dunque applicata alla massa  $m_1$  della schematizzazione appena descritta. Si è proceduto al calcolo delle rigidezze relative ai singoli stadi approssimando i sistemi come rigidi, calcolandone dunque  $k$  come:

$$k = \frac{EA}{L}$$

Dove con  $L$  si indica la lunghezza dello stage, con  $A$  l'area resistente e con  $E$  la rigidezza del materiale. I valori di masse e rigidezze ottenuti sono riportati in tabella 6.6.

	$m_i$ [ton]	$k_i \times 10^8$ [ $\frac{N}{m}$ ]
1	141.6	2.514
2	11.03	33.70
3	5.8	65.59
4	2	1.5
5	6	//

Tabella 6.6: Masse e rigidezze del modello dinamico a 5 DOF

Si impone un tempo di analisi  $t = 263.8$  s, corrispondente al tempo di lancio del vettore oggetto di studio. Per la totalità del tempo  $t$  si considera la forzante costante. Per procedere al calcolo delle vibrazioni forzate si è proceduto alla risoluzione del sistema:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{x}(t)\} + [\mathbf{K}]\{x(t)\} = \{F(t)\}$$

I risultati dell'analisi dinamica hanno dato la forzante trasmessa alla massa  $m_1$  come  $F_1 = m_1 \cdot \ddot{x}_1(t)$ . È quindi stato possibile valutare il valore medio di  $F_1$ , pari a  $F_{mean} = 740$  [kN]. Si sono definiti valori di soglia del carico, riportati in tabella 8.2, imposti arbitrariamente al fine di ricavare il numero di attraversamenti delle diverse soglie di carico per poi procedere allo studio della propagazione della cricca mediante implementazione della teoria di Paris, come verrà approfondito nel paragrafo 8.3.1.

# Capitolo 7

## Aerotermodinamica

Sono 4 i principali obiettivi fissati per quanto riguarda l'aspetto aerotermodinamico, sui quali si è lavorato in parallelo per l'intera durata del progetto: lo sviluppo di un modello per la stima del coefficiente di resistenza del lanciatore al variare del numero di Mach, la sua verifica tramite simulazioni al CFD, la definizione di una prima plausibile geometria del Fairing e l'analisi dei flussi di calore agenti su di esso durante la missione.

### 7.1 Modello per la stima del $C_d(M)$

Inizialmente ci si è posti il problema di sviluppare uno strumento che consentisse di ottenere una prima stima del coefficiente di resistenza  $C_d$  del lanciatore al variare del numero di Mach, dato necessario per poter calcolare le perdite aerodinamiche durante la traiettoria di salita e di conseguenza per il progetto della missione. Per via dell'assenza di un concept definitivo da simulare al CFD, nonché della scarsità di risorse computazionali che sarebbero state necessarie per effettuare simulazioni per ogni possibile configurazione durante il processo di ottimizzazione, si è scelto di implementare un modello semi-empirico su MATLAB che consentisse di calcolare il  $C_d$  in maniera più approssimata ma facilmente iterabile nelle prime fasi del progetto, dove è necessario ottenere dei dati di output velocemente al variare di diversi parametri. Il modello che è stato utilizzato è quello presentato nella reference [16], e descritto più approfonditamente nell'appendice D. Lo script MATLAB calcola il  $C_d$  del lanciatore completo sommando i contributi del core centrale e dei due boosters, normalizzando la drag rispetto alla stessa area di riferimento (ovvero l'area frontale totale del lanciatore completo). In questo modo non si considerano gli effetti che nascono dall'interazione aerodinamica dei diversi componenti: si tratta di una forte approssimazione che dovrà essere rivista nelle iterazioni più avanzate del progetto, ma che risulta trascurabile in questa primissima fase anche a fronte delle risorse di disponibili.

$$C_{d_{\text{lanciatore}}} = \frac{A_{\text{frontale}_{\text{booster}}} C_{d_{\text{booster}}} + A_{\text{frontale}_{\text{booster}}} C_{d_{\text{booster}}} + A_{\text{frontale}_{\text{core}}} C_{d_{\text{core}}}}{A_{\text{frontale}_{\text{booster}}} + A_{\text{frontale}_{\text{booster}}} + A_{\text{frontale}_{\text{core}}}}$$

Dove il  $C_d$  di ogni componente è calcolato come somma dei singoli contributi dei vari segmenti geometrici in cui viene discretizzato, come previsto dal modello.

$$C_d = \sum_1^N \frac{A_i C_{d_i}}{A_{ref}}$$

I risultati relativi al lanciatore completo nella sua configurazione finale sono riportati in figura 7.1.

Il calcolo è stato fatto sia per la configurazione con boosters (in rosso) sia la configurazione

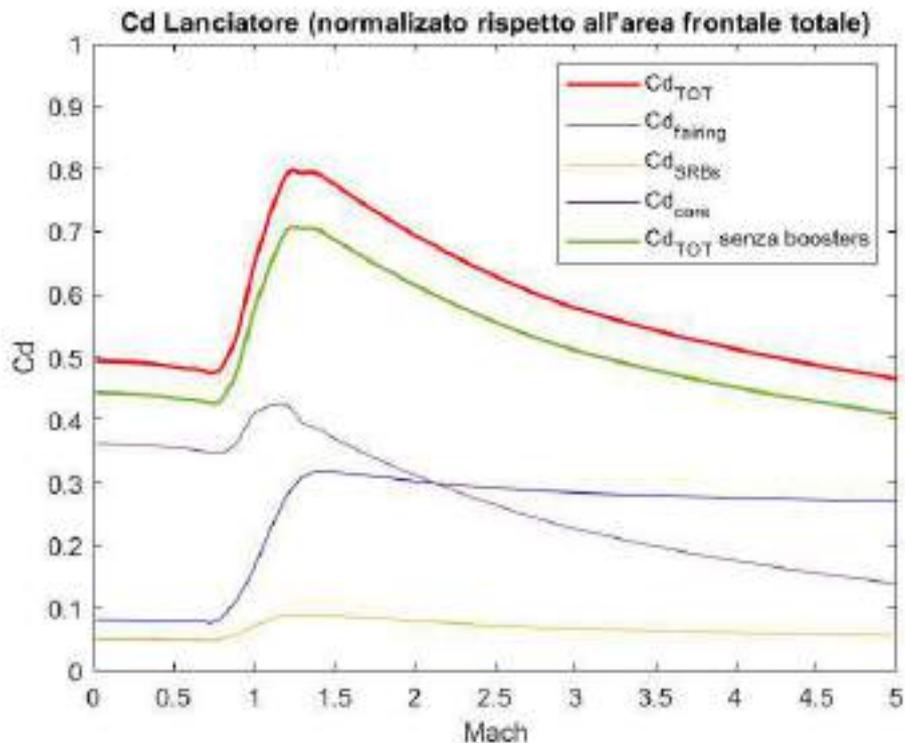


Figura 7.1:  $C_d$  del lanciatore completo e delle sue principali componenti al variare del numero di Mach

senza boosters (in verde). Questo perché il valore del numero di Mach a cui verranno sganciati i booster e quindi il passaggio dalla curva rossa a quella verde è in funzione della traiettoria di missione. Nel calcolo finale delle perdite aerodinamiche, a partire dall'istante successivo allo sgancio dei boosters viene considerato il  $C_d$  aggiornato.

Come si evince dal grafico, il valore massimo del  $C_d$  è pari a 0.8 e viene raggiunto per  $M = 1.4$ . In regime subsonico, la componente principale della drag è quella di scia, in regime supersonico invece, il contributo preponderante diventa quello di pressione, in particolar modo, dell'ogiva. Ciò non sorprende, in quanto il fairing è il primo componente ad essere investito dal flusso asintotico, e in regime supersonico, determina l'evoluzione del flusso generando un'onda d'urto al bordo d'attacco responsabile della grande maggioranza della resistenza d'onda. Il contributo dei solid rocket boosters invece è minore, a causa soprattutto delle loro dimensioni ridotte (l'area di riferimento utilizzata per il calcolo è infatti l'area frontale totale). L'andamento del  $C_d(M)$  è in accordo a quelli reperibili da letteratura per altri lanciatori.

## 7.2 Verifica del modello al CFD

Una volta sviluppato lo script MATLAB descritto nella sezione precedente, si è deciso di convalidarlo tramite CFD in modo da verificare che i dati da esso forniti fossero affidabili ed effettivamente utilizzabili per il prosieguo del progetto. Si è quindi definita una geometria di prova che presentasse tutte e 3 le principali tipologie di geometrie presenti sul lanciatore (*ogiva*, *cilindro*, *negative-transition*) e si è impostata una serie di 9 simulazioni sul software commerciale *STAR CCM+*, i cui risultati sono stati confrontati con quelli previsti dal modello.

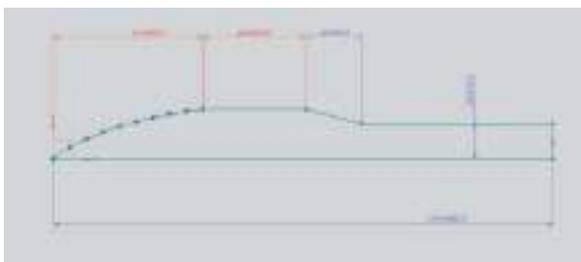
### 7.2.1 Impostazione delle Simulazioni

Si è partiti con il definire una geometria di prova che consentisse di verificare l'affidabilità delle stime del  $C_d$  per ogni tipologia di geometria (si veda appendice D per dettagli). Dal momento che il lanciatore nella sua configurazione finale sarà costituito da ogive (quella del fairing e le due dei SRB), cilindri e una negative transition (per raccordare il fairing al core), si è scelta una geometria che presentasse ciascuno di questi 3 segmenti. Una sua rappresentazione 3D è riportata in figura 7.2. Per poter simulare agevolmente e per più numeri di Mach la geometria scelta è stato necessario ridurre al minimo la complessità computazionale del problema: si è quindi scelto di effettuare simulazioni 2D e di non simulare l'intera forma della geometria di prova ma soltanto la metà, imponendo la condizione di assialsimmetria. Questo fa sì che il coefficiente di resistenza venga calcolato in riferimento ad 1 radiante, perciò si è potuto ricavare il  $C_d$  totale moltiplicando per  $2\pi$ . Per ottimizzare il processo si è andati a modificare direttamente l'area di riferimento richiesta dal programma imponendo quella totale della geometria di prova, così che i risultati fossero riferiti al corpo di rivoluzione e non solo alla metà simulata.

Il dominio computazionale che circonda il profilo del fairing è stato imposto di forma trape-



Figura 7.2



(a) Geometria di Prova quotata [mm]



(b) Mesh per valori superiori a Mach 1.4

Figura 7.3

zoidale, in modo da ridurre la superficie sui cui creare la mesh. A patto che il lato obliquo del volume di controllo sia inclinato di un angolo tale da garantire che il vettore velocità orizzontale abbia una componente incidente in grado di garantire un Mach supersonico, questa operazione è lecita per simulazioni supersoniche. Nel caso di Mach 1.4 si è imposta un'inclinazione di  $18^\circ$ .

Un altro fondamentale passaggio per la realizzazione della simulazione è stato creare una mesh adeguata in grado di descrivere al meglio l'onda d'urto e il fascio d'espansione presenti sul fairing nel supersonico. Si è scelto di creare una mesh omogenea molto fitta dove le singole celle hanno diametri dell'ordine di  $e^{-2}$ .

Di seguito in figura 7.4 vengono riportate le scene di velocità e Mach per simulazioni a Mach 1.4, valore in cui ritroviamo il massimo coefficiente di resistenza. Invece in figura 7.5 vengono

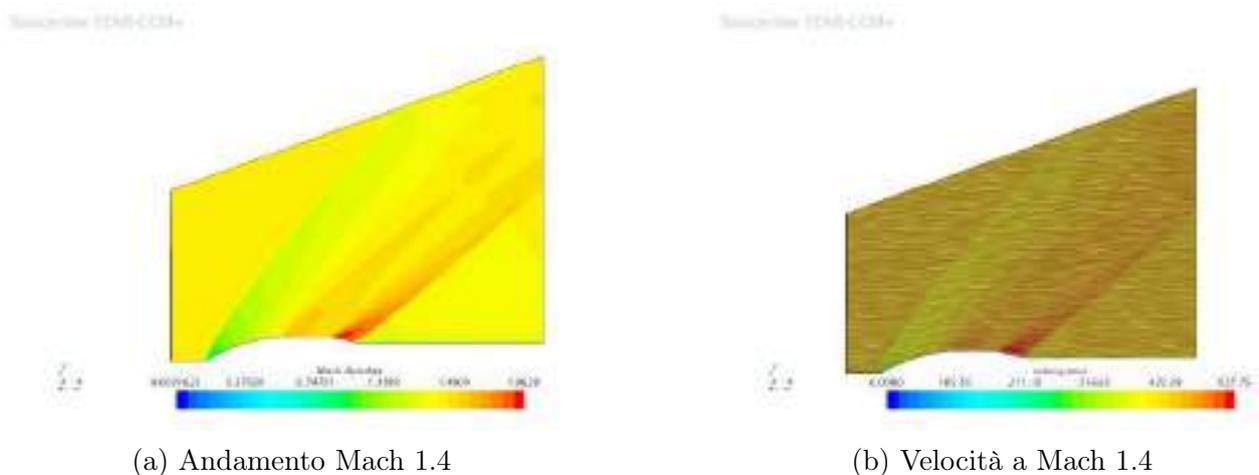


Figura 7.4

presentati contour per valori Mach asintotico pari a 2 e 3. Ciò che si può osservare è la variazione di inclinazione dell'onda d'urto e del fascio di espansione. Questa maggior inclinazione permette di ridurre ulteriormente il volume di controllo e inclinare maggiormente il lato obliquo dalla regione trapezoidale. Come si può intendere l'idea è quella di seguire l'evolversi dell'onda d'urto, poiché a monte di essa il flusso è indisturbato e calcolarne le proprietà rappresenta uno spreco di risorse computazionali. Il modello fisico utilizzato per implementare le simulazioni

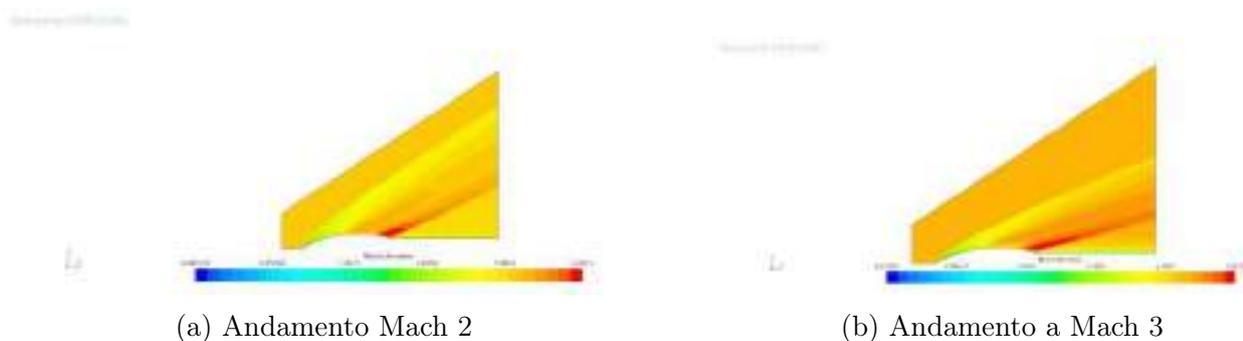


Figura 7.5

nel caso supersonico è stato il  $K-\epsilon$ . Per quanto riguarda le simulazioni in regime subsonico, il volume di controllo creato differisce molto rispetto al caso supersonico: in caso di velocità di corrente asintotica subsonica le perturbazioni introdotte dal corpo si propagano a monte e un inlet troppo vicino alla geometria di prova rischierebbe di influenzare tali perturbazioni rendendo la soluzione inaffidabile. In figura 7.6 è mostrato il contour a Mach 0.5, sovrapposto alla mesh realizzata per il caso subsonico. Dalla figura 7.7 si osserva come effettivamente al

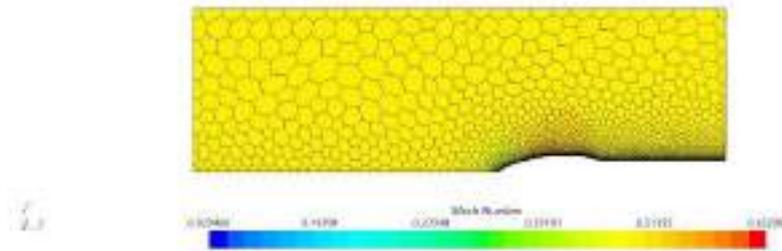


Figura 7.6: Andamento a Mach 0.5

bordo di attacco si ha una diminuzione della velocità e un corrispondente aumento di pressione mentre nello stage cilindrico e nella parte negative transition si ha un recupero della velocità.

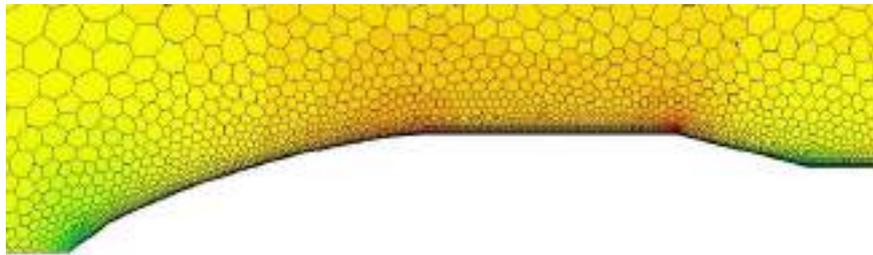


Figura 7.7: Zoom Mach 0.5

## 7.2.2 Risultati

Per ogni simulazione è stato calcolato il  $C_{d_{TOT}}$  della geometria test, e gli output sono inseriti in un grafico insieme alla curva del  $C_{d_{TOT}}$  prevista dal modello: i risultati sono molto incoraggianti. Si nota infatti che l'andamento seguito è previsto in maniera piuttosto accurata dal modello, salvo un piccolo discostamento in valore assoluto del  $C_d$  specialmente per Mach più bassi. L'errore massimo in regime supersonico è infatti nell'ordine dell' 8,5% in corrispondenza di Mach = 1.4 per poi diminuire all'aumentare del numero di Mach, fino a ricalcare quasi interamente l'andamento previsto dallo script per Mach superiori a 3.5. In regime subsonico il valore previsto si discosta maggiormente da quello calcolato con il CFD (errore del 33.9%): tuttavia, sebbene l'errore relativo sia alto, il valore assoluto del  $C_d$  in quella regione è molto basso e quindi si può considerare accettabile l'errore commesso sul calcolo delle forze aerodinamiche agenti. Dai risultati della verifica appare chiaro come le regioni in cui il modello sbaglia maggiormente siano quelle dove il contributo alla drag di scia è preponderante: questo non

sorprende, considerato che lo script basa le sue valutazioni sul  $C_{db}$  su modelli empirici molto più approssimati, a causa della difficoltà nel prevedere correttamente tale contributo per via della grande influenza dei getti dei motori, non investigabile in maniera semplice. Considerato tuttavia lo scopo preliminare del modello e la generale ottima concordanza tra il CFD e lo script implementato, si è quindi deciso di fare affidamento sulle considerazioni fatte e procedere con l'utilizzo della matlab function implementata, che è stata impiegata nello studio delle perdite aerodinamiche e della traiettoria ideale di missione.

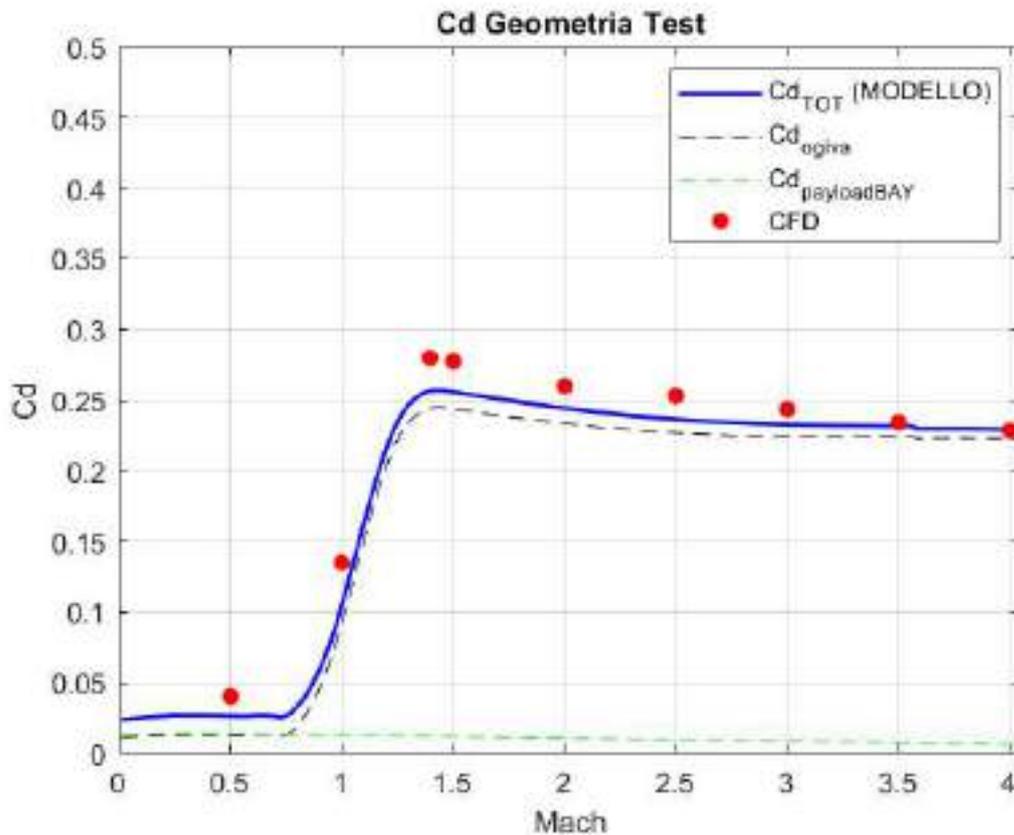


Figura 7.8: Confronto Modello - Risultati al CFD

<b>Mach</b>	$C_{d_{CFD}}$	$C_{d_{MODELLO}}$	<b>Errore %</b>
0.5	0.040	0.026	33.9%
1	0.135	0.115	14.8%
1.4	0.280	0.256	8.5%
1.5	0.278	0.255	8.2%
2	0.260	0.244	5.9%
2.5	0.253	0.236	6.5%
3	0.243	0.232	4.2%
3.5	0.234	0.231	1.0%
4	0.228	0.228	0.3%

Tabella 7.1: Confronto puntuale modello - CFD

## 7.3 Definizione della geometria del fairing

A livello progettuale, è stato necessario definire un fairing adatto a payload e missione scelti, quindi sia di dimensioni sufficienti da ospitare il modulo inflatabile, sia capace di sopportare pressione e flusso di calore in fase di ascesa, e che consentisse inoltre di minimizzare il  $C_d$ . Quest'ultimo requisito è di particolare importanza poiché come mostrato nei paragrafi precedenti, il  $C_d$  del fairing risulta avere una influenza preponderante nella definizione del coefficiente di resistenza totale del lanciatore.

Per il caso di studio non è stato necessario progettare un fairing di dimensione eccessiva, che quindi coprisse anche i vari stadi, ma è stato sufficiente far sì che ospitasse esclusivamente il payload. Inizialmente, soprattutto per poter effettuare le prime stime del peso, ci siamo quindi ispirati ad un fairing in CFRP trovato in bibliografia [22], le cui dimensioni si adattavano quasi alla perfezione alla nostra situazione.

### 7.3.1 Stima preliminare della massa

Per la massa del fairing è stato creato un codice matlab apposito. Come prima stima approssimativa, da fornire in input al gruppo di strutture, si è utilizzata la struttura esattamente come nel file citato precedentemente, con i seguenti valori:

- Densità alluminio =  $2800 \text{ kg/m}^3$ ;
- Densità acciaio =  $8000 \text{ kg/m}^3$ ;
- Densità CFRP =  $2000 \text{ kg/m}^3$ , comprendente fibra e resina di matrice.

Si tratta di valori conservativi per tenere conto dei cambiamenti futuri della struttura e quindi di un possibile appesantimento dell'assieme. Nonostante ciò, anche grazie all'innovatività dei materiali utilizzati, la prima stima di massa rimaneva molto contenuta, ben al di sotto delle aspettative del gruppo, lasciando così più margine di errore nel resto del lanciatore.

Non dovendo servire ad altro che a proteggere da calore e pressione, lo strato di carbonio della struttura del fairing è estremamente sottile, poco più di un millimetro nella parte in Carbon-fiber-reinforced polymers e tre millimetri nel caso del naso in acciaio. Ciò ci ha permesso dunque di stimare i volumi dei tronchi di cono cavi come la media dei cilindri cavi che si avrebbero con i due raggi di base senza errori significativi.

Si è quindi ottenuto un valore preliminare della massa della struttura esterna del fairing di **386.9 kg**.

### 7.3.2 Progetto dell'ogiva

Il componente del fairing ad avere un impatto più significativo sul coefficiente di resistenza totale è l'ogiva. Inizialmente si è effettuata una ricerca bibliografica [21] [20] [12] sulle tipologie

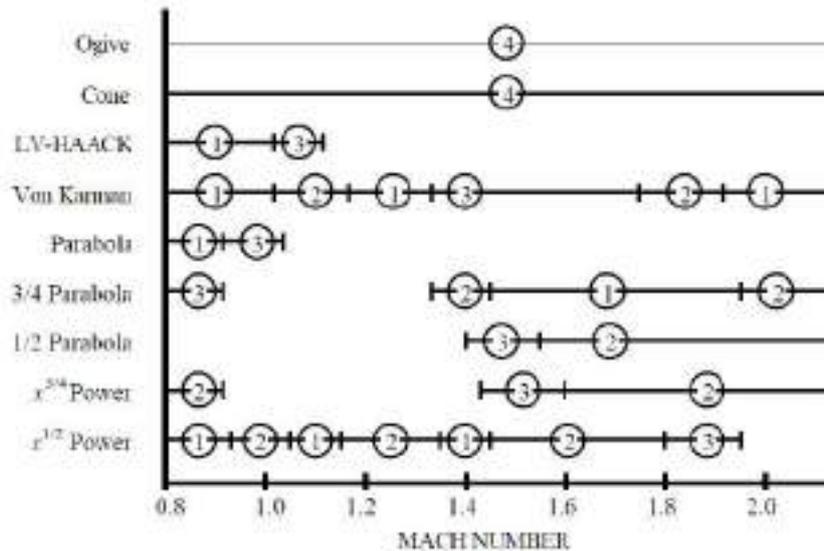


Figura 7.9: Prestazioni delle diverse geometrie di ogive in diversi campi di moto: 1: Superiore; 2: buono; 3: discreto; 4: Inferiore

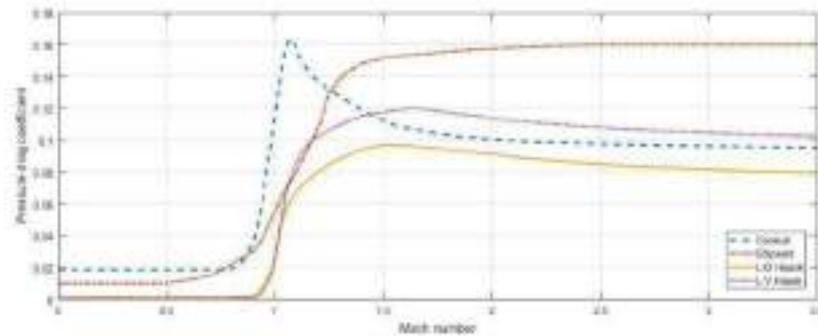
di ogive più diffuse e, una volta raccolti i dati degli studi in galleria del vento effettuati su varie configurazioni, si sono selezionate 4 tipologie di ogive per una analisi più approfondita: *conica*, *ellittica*, *L-D Haack Series* e *L-V Haack Series*. In particolare, le prime due hanno un'importanza più teorica che applicativa, mentre le ultime due sono largamente utilizzate poichè, al contrario delle altre forme, non sono geometricamente derivate ma matematicamente derivate per minimizzare la drag, specialmente in regime supersonico. Un riassunto delle valutazioni riguardo la prestazione delle diverse geometrie di ogiva è contenuto in figura 7.9

Come si nota anche dal grafico mostrato in figura 7.10a ([16]) la scelta migliore per minimizzare il  $C_{d_p}$  dell'ogiva in campo supersonico ricade sulle ogive *Haack Series*. La *L-V* garantisce un volume disponibile leggermente superiore, ed è così chiamata poichè per un dato volume dell'ogiva consente di minimizzare la drag; la *L-D* invece, pur garantendo uno spazio interno inferiore, consente di minimizzare il  $C_{d_p}$ . Dal momento che il payload da trasportare nel nostro caso di studio non è di grandi dimensioni, e può essere comodamente ospitato all'interno della porzione cilindrica del fairing, per il progetto dell'ogiva si è quindi deciso di selezionare la *L-D Haack* (anche chiamata *Ogiva di Von-Kàrmàn*).

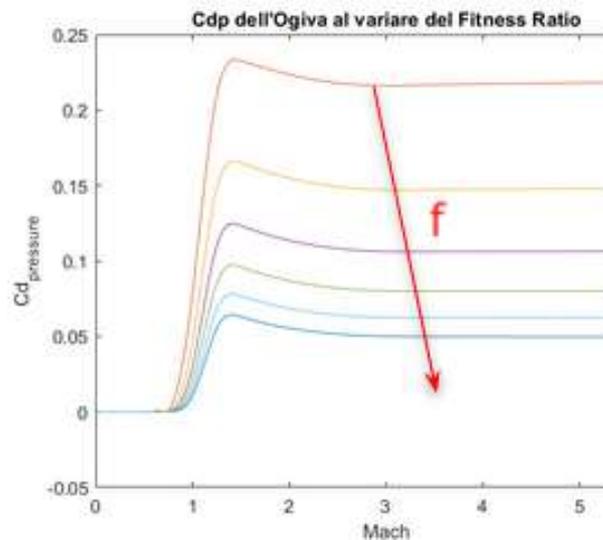
Una volta scelta la funzione che descrive la forma dell'ogiva, è necessario definire il *fitness ratio*  $f_N$ :

$$f_N = \frac{L_{ogiva}}{D_{ogiva}}$$

Per minimizzare l'area frontale e quindi il coefficiente di resistenza conviene minimizzare il diametro, limitato inferiormente dalle dimensioni del payload e dal margine necessario per tenere conto dello spessore del fairing stesso, nonchè di un margine di *clearance* interno. Per questo motivo, analizzando i fairing messi a disposizione sui lanciatori della popolazione statistica di riferimento, si è deciso di considerare un margine di 30cm (da entrambi i lati), che



(a) Andamento del  $C_d$  al variare del Mach per diverse geometrie dell'ogiva



(b) Andamento del  $C_{dp}(M)$  dell'ogiva all'aumentare del *fitness-ratio*

Figura 7.10

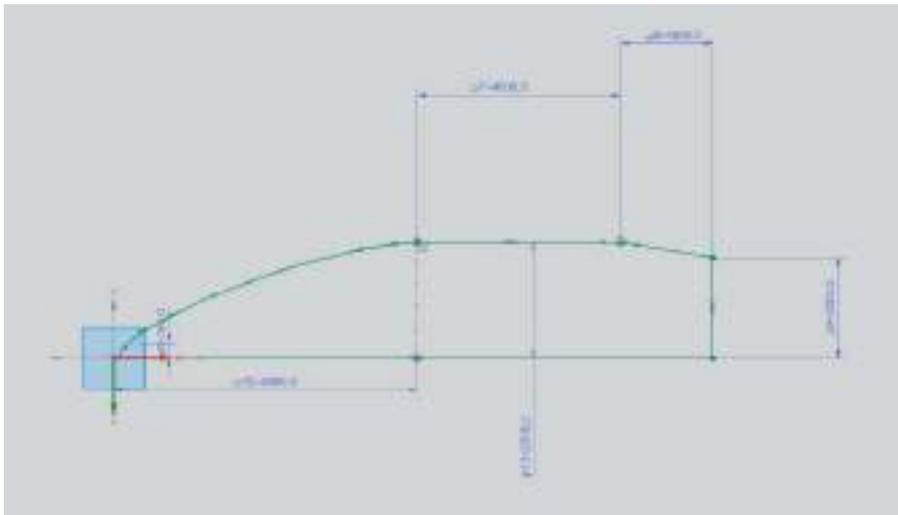
sommato al diametro del payload fissa il diametro dell'ogiva e della parte cilindrica del fairing a  $4.6m$ .

A questo punto, avere libertà di scelta del *fitness-ratio* significa fondamentalmente avere libertà di scelta sulla lunghezza dell'ogiva: come mostrato nel grafico 7.10b, all'aumentare di  $L$  (e di  $f_N$ ) il coefficiente di resistenza dell'ogiva diminuisce. Pur aumentando la superficie bagnata infatti, il contributo della resistenza d'attrito è secondario rispetto a quello di pressione. Nella trattazione devono però essere inclusi anche effetti negativi non legati all'aerodinamica introdotti dall'allungamento eccessivo del fairing (come aumento di peso o problematiche di dinamica del velivolo nel corso della salita), i quali in questa fase non sono ancora del tutto investigabili rigorosamente. Per questo motivo, si è deciso di scegliere un valore di  $f_N$  che, pur garantendo un  $C_d$  basso, fosse in linea con l'andamento statistico dei lanciatori di riferimento. E' stato quindi deciso  $f_N = 1.3$ .

La porzione cilindrica del fairing nella quale verrà ospitato il payload è stata dimensionata tenendo conto della dimensione del modulo inflatabile in configurazione ripiegata (circa  $1/2 - 1/3$  di quella da dispiegato), più un margine di sicurezza di  $1m$ . Si è quindi scelto di adottare un cilindro di  $4.6m$  di diametro (come quello dell'ogiva che viene montato alla sua sommità) e di  $4m$  di lunghezza

Per quanto riguarda la porzione di *negative-transition* necessaria ad adattare il fairing al diametro del core centrale (pari a  $2m$ ), da una analisi tramite il modello sviluppato e presentato nei paragrafi precedenti, si è scelto di mantenere un rapporto  $\sigma = \frac{length}{d_{fore}-d_{aft}}$  superiore o uguale a 3 (si veda appendice D per maggiori informazioni), in modo da poter rendere trascurabile il contributo di questa regione al coefficiente di resistenza di pressione totale del lanciatore.

L'unico parametro che a questo punto è rimasto da fissare, è il valore del raggio di curvatura del bordo d'attacco dell'ogiva. In seguito alle valutazioni sui flussi di calore descritte nel paragrafo 7.4 e ai valori suggeriti in [6], si è scelto un valore di  $0.3m$ . In figura 7.11 è rappresentato il fairing nella sua configurazione finale, sia come sketch quotato in 2D sia come modello 3D, che è stato poi inserito nell'assieme del lanciatore.



(a) Schizzo con quote del fairing di ErmeS-1



(b) Vista 3D del fairing di ErmeS-1

Figura 7.11

## 7.4 Flusso di Calore

Obiettivo di questa parte è ricavare sia la temperatura di stagnazione che il flusso di calore massimi sopportati dal nostro fairing, per appurare che effettivamente possa adempiere al suo compito senza pregiudicare il buon esito della missione.

Prima di poter passare al calcolo della temperatura di stagnazione è stato necessario ottenere i profili di quota e velocità, insieme al loro rispettivo tempo, fino alla quota di 60 Km.

Infatti la base teorica[9] utilizzata approssima il nostro fairing ad un cono, ed ha dei limiti:

- Essa ha errori trascurabili fino alla quota di  $43Km$ , ma può essere ragionevolmente esteso fino a  $60Km$  senza grossi errori. Andando oltre si rischia di avere problemi a causa della grande variazione di densità atmosferica.
- Il metodo si basa su misurazioni in un range di Numero di Reynolds che va da  $2 * 10^5$  a  $2 * 10^6$ , e fuori da questi limiti potrebbe essere necessaria estrapolazione.

- L'emissività, non essendo nota, è approssimata con un valore fisso di 0.4, che può essere giustificato dal fatto che a tali velocità lo scambio di calore tramite radiazione è quasi trascurabile, quindi non comporta errori notevoli.
- La restrizione più severa è l'angolo del cono, che deve stare tra valori di 20 e 50 gradi per ottenere misure ottimali. Nel caso di angoli minori rischia di sovrastimare flussi di calore e temperature, quindi non crea problemi se non dare misure un po' troppo conservative. Nel caso invece di angoli maggiori rischia di sottostimare, e quindi mettere a repentaglio la missione. Noi avendo un angolo di 15 gradi otterremo numeri maggiori del dovuto, e ne terremo conto.

Si è andati quindi a valutare prima il flusso entrante al lanciatore  $\dot{Q}_1$  come:

$$\dot{Q}_1 = h(T_B - T_S), \quad (7.1)$$

dove  $T_B$  rappresenta la temperatura dello strato limite e  $T_S$  la temperatura della superficie del lanciatore.  $h$  rappresenta invece il coefficiente di scambio termico che è stato valutato sperimentalmente [7].

Il flusso di calore uscente  $\dot{Q}_2$  (che rappresenta il flusso di calore radiativo) è stato invece valutato come:

$$\dot{Q}_2 = \varepsilon \sigma T_S^4, \quad (7.2)$$

dove  $\varepsilon$  rappresenta l'emissività del corpo posta pari a 0.4 per ipotesi,  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann pari a  $5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ .

Per andare a calcolare l'andamento del flusso di calore si è infine andati a valutare la seguente equazione differenziale di equilibrio termico nell'istante  $dt$ :

$$GdT_S = dt(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2) \iff G \frac{dT_S}{dt} + hT_S + \varepsilon \sigma T_S^4 = hT_B \quad (7.3)$$

dove  $G$  rappresenta la capacità termica della superficie, calcolata come  $G = c\rho\tau$  con  $c$  calore specifico,  $\rho$  densità,  $\tau$  spessore del materiale.

Si è andati quindi a valutare il flusso di calore risolvendo questa equazione differenziale attraverso uno script MATLAB i cui passaggi sono riassunti nel capitolo seguente.

### 7.4.1 Calcoli

Primo step dunque è stato prendere dai vettori di tempo, velocità e quota, e circoscrivere i calcoli a quote non più alte di 60 Km, per dare dati in input che permettessero una maggiore accuratezza di calcolo.

Essendo vettori insieme di punti singolari, è stato utilizzato un polinomio interpolante per rappresentare i dati di tempo, velocità e quota, in quanto è stato riscontrata una maggiore accuratezza utilizzando function handles.

In seguito sono stati ricavati tutti i parametri necessari a risolvere l'equazione differenziale dell'equilibrio termico, utilizzando formule prese da due documenti [9][23], a volte integrandole con le formule studiate nei corsi di Gasdinamica.

Per prima cosa, si è andati a valutare il parametro  $h$ . Sperimentalmente è stato trovato che è

possibile approssimarlo come [7]:

$$h = (0.0071 + 0.0154 \cdot \sqrt{\beta}) \frac{1}{l^{0.2}} (\rho_{fs} \cdot u_{fs})^{0.8} \frac{k}{\mu^{0.8}}, \quad (7.4)$$

dove  $\beta$  rappresenta l'angolo di apertura del cono,  $l$  è la lunghezza del cono,  $\rho_{fs}$  e  $u_{fs}$  sono rispettivamente la densità e la velocità del "free stream",  $k$  è la viscosità cinematica e  $\mu$  è la viscosità dinamica dell'aria.

Essendo già a conoscenza del valore di  $\beta$ , di  $l$ , di  $\rho_{fs}$  (riferimento ad Appendice A) e della velocità del "free stream", per calcolare il coefficiente di scambio termico, gli unici parametri non noti sono la viscosità dinamica dell'aria  $\mu$  e la viscosità cinematica dell'aria  $k$ . Per calcolare  $\mu$  è stata utilizzata la seguente formula [9]:

$$\mu = -1 \cdot 10^{-5} - 1.47 \cdot 10^{-9}T + 1.68 \cdot 10^{-6}\sqrt{T} \quad (7.5)$$

con  $T$  temperatura dell'aria ricavata come in Appendice A.

Essendo a conoscenza della temperatura dell'aria è stato anche possibile calcolare la viscosità cinematica dell'aria come [9]:

$$k(T) = -1.29 \cdot 10^{-2} + 2.43 \cdot 10^{-5}T - 3.39 \cdot 10^{-9}T^2 + 1.88 \cdot 10^{-3}\sqrt{T} \quad (7.6)$$

I parametri  $\mu$  e  $k$  sono quindi noti e di conseguenza lo è anche il coefficiente di scambio termico  $h$ .

Un altro dato necessario alla risoluzione dell'equazione differenziale dell'equilibrio termico è  $T_B$ , ovvero la temperatura dello strato limite. Quest'ultima si può calcolare come [9]:

$$T_B = K(T_{st} - T) + T \quad (7.7)$$

dove  $T_{st}$  rappresenta la temperatura di stagnazione, e  $K$  è conosciuto come fattore di recupero e posto pari a 0.89 per approssimazione [7].

La temperatura di arresto  $T_{st}$  si può ricavare se si suppone il calore specifico indipendente dalla temperatura stessa, dalla temperatura del flusso libero  $T_{fs}$  e della velocità del flusso libero  $V_{fs}$ . Si può quindi scrivere che:

$$T_{st} = T_{fs} + \frac{V_{fs}^2}{2C_p} \quad (7.8)$$

con  $C_p$  calore specifico a pressione costante ricavabile come [9]:

$$C_p(T) = 1030 - 0.24T + 6.85 \cdot 10^{-4}T^2 - 4.33 \cdot 10^{-7}T^3 + 9.45 \cdot 10^{-11}T^4 \quad (7.9)$$

Una volta a conoscenza della temperatura di stagnazione  $T_{st}$  si è stati quindi in grado di valutare la temperatura dello strato limite in ogni istante.

Si è andati ora a riscrivere l'equazione differenziale del flusso di calore come:

$$\frac{dT_S}{dt} = \frac{h(T_B - T_S) - \epsilon\sigma T_S^4}{G} \quad (7.10)$$

dove  $T_S$  è l'unica incognita alla destra dell'uguale.

Attraverso la funzione MATLAB `ode15s` si è potuto ricavare il valore di  $T_S$  in ogni istante. Si è potuto quindi andare a calcolare sia il flusso di calore entrante  $\dot{Q}_1$  che quello uscente  $\dot{Q}_2$  in

ogni istante e si è ottenuto l'andamento del flusso di calore attorno al cono, che è rappresentato nella figura seguente:

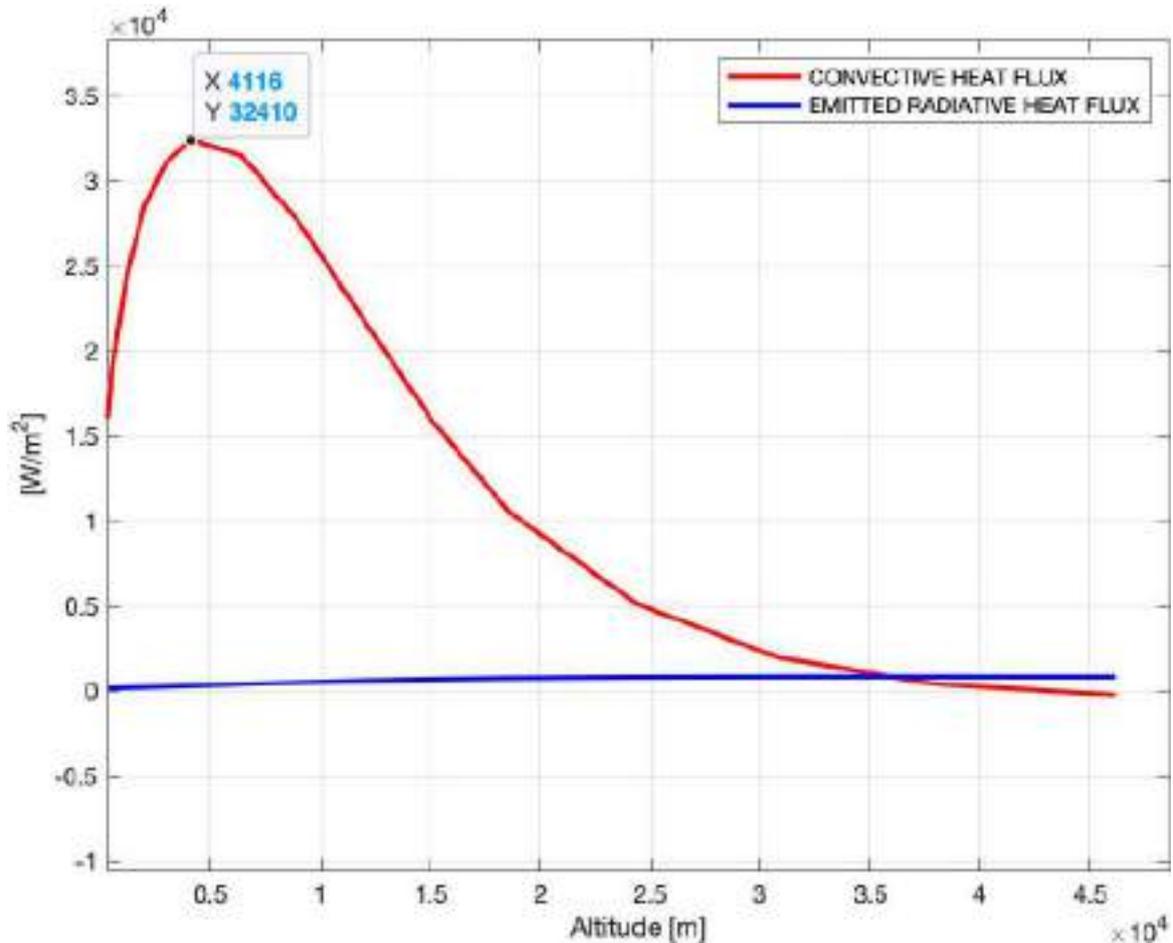


Figura 7.12: Andamento Flusso di Calore in funzione della Quota

Si nota come la linea blu, cioè il flusso di calore radiativo, sia di gran lunga trascurabile rispetto al contributo di quello convettivo, che rappresenta infatti la quasi totalità del flusso termico netto. Si nota inoltre come il picco sia raggiunto ad una quota  $s = 4116m$  e che a questa altitudine si abbia un flusso di calore massimo  $Q_{MAX}$  pari a  $Q_{MAX} = 32410 \cdot 10^4 \frac{W}{m^2}$ , dato coerente con la letteratura.

Per quanto riguarda invece la temperatura di stagnazione massima  $T_{st,MAX}$  si è trovato che  $T_{st,MAX} = 1068K = 795^\circ C$ , temperatura accettabile, dato che la temperatura di fusione del materiale utilizzato è ampiamente più alta rispetto a quella ottenuta.

Infine, tenendo conto che è stato analizzato il caso di cono (che è la geometria meno efficiente dal punto di vista del flusso di calore) e tenendo conto che geometria del fairing ha un raggio di curvatura, poiché il flusso di calore e la temperatura massima raggiunta diminuiscono all'aumentare del raggio di curvatura stesso, il fairing sarà soggetto ad uno stress minore di quello calcolato.

Il fairing sarà quindi sicuramente in grado di sopportare lo stress termico.

# Capitolo 8

## Studio sulla riutilizzabilità

### 8.1 Costi

In una delle sue recenti dichiarazioni di intenti, NASA ha affermato di voler cercare di ridurre il costo per unità di massa di un lancio ad un valore pari a qualche centinaia di dollari per kg entro 25 anni e pari a qualche decina di dollari entro 40 anni.[3]

Inoltre, la recente tendenza dei competitors che operano su orbite LEO è sempre più volta al recupero del primo stadio, come testimonia il più lampante esempio dato dalla compagnia "Space X" di Elon Musk.

Con le suddette premesse, si presenta di seguito uno studio preliminare volto alla stima grezza del costo per lancio che si raggiungerebbe con il lanciatore in progetto, nell'ipotesi di effettuare 5 lanci con lo stesso primo stadio.

Essendo comunque l'ambito ancora decisamente acerbo e privo di formulazioni rigorose, nonché di dati sufficientemente affidabili, verrà effettuata una discussione dal punto di vista qualitativo e puramente accademico.

#### 8.1.1 Stima dei costi di produzione, di recupero e manutenzione

In maniera esclusivamente qualitativa, si possono dividere i costi dell'intero progetto in:

- Costi di sviluppo
- Costi di produzione
- Costi operativi (diretti e indiretti)

Essendo i primi già stati valutati attraverso l'analisi TOPSIS, si è passati direttamente al calcolo dei costi di produzione per ogni stadio e per ogni motore. In tal senso, si è fatto riferimento a quanto riportato in letteratura [3]:

$$C_{stadio} = 1.3 \cdot M^{0.65} \cdot f_4$$

$$C_{engine} = 1.3 \cdot M^{0.35} \cdot f_4$$

dove  $f_4$  è il *learning cost reduction factor*, utilizzato nel campo dei costi di fabbricazione e nelle operazioni CER. In generale, può assumere valori compresi tra 0.7 e 0.85; per uno studio il più conservativo possibile, si è scelto di assumere  $f_4 = 0.85$ .

Prendendo come valore di riferimento dei costi operazionali, comprensivi di quelli diretti e indiretti, i 25 M\$ presenti in letteratura [3], si possono stimare i costi di recovery come:

$$C_{rec} = 0.5 \cdot C_{op}$$

I costi di manutenzione dello stadio recuperato possono invece essere stimati come il 50% dei costi medi di manifattura.

$$C_{refurb} = 0.5 \cdot C_{man,av}$$

### 8.1.2 Risultati

In tabella 8.1 è possibile osservare il costo di ogni lancio, nell'ipotesi di recupero del primo stadio. Sono presenti naturalmente dei costi comuni al primo lancio e ai successivi, come quelli relativi agli stadi successivi.

Si evidenzia il fatto che si tratta di stime approssimate in cui non sono stati tenuti in considerazione i costi del fuel, poiché costanti per ogni lancio, e quelli dei booster che verranno recuperati. Tale semplificazione viene applicata dal momento che l'obiettivo del confronto dei costi per lancio è verificare la riduzione del costo totale nel caso in cui si preveda nel progetto la riutilizzabilità, pertanto i valori che restano costanti non influenzano l'analisi.

Ciò che varia, nei due casi, è che sul primo lancio grava un costo maggiore rispetto a quello del medesimo veicolo in forma non riutilizzabile, essendo questo maggiorato dei costi di recupero e manutenzione.

Tuttavia, dal secondo lancio in poi naturalmente il costo del primo stadio è pari a zero, essendo presente questo dal recupero effettuato nel precedente lancio.

Ciò, si vede, fa sensibilmente diminuire il costo per lancio, tanto più si aumenta il numero di lanci effettuati con il recupero del medesimo primo stadio, permettendo un risparmio non trascurabile.

Lancio	Costo stadio 1	Costo stadio 2	Costo stadio 3	Refurbishment	Recovery	Costo lancio
1	175	50	36	0	0	261
2	0	50	36	88	12.5	186.5
3	0	50	36	88	12.5	186.5
4	0	50	36	88	12.5	186.5
5	0	50	36	88	12.5	186.5

Tabella 8.1: Confronto tra i costi di un lancio e di 5

Dai dati ottenuti, si evince una riduzione dei costi per lancio del 28.54% per un totale di ben 74.5 M\$ risparmiati a lancio. Tali valori sono conformi a quanto riportato dalla società *Space X* di Elon Musk per il progetto del *Falcon 9* [15] e sono un incentivo all'inserimento di elementi riutilizzabili all'interno del progetto del lanciatore in studio. Inoltre, bisogna tenere in conto che il vantaggio di questo tipo di approccio non è solo economico, ma è volto a rispondere alla sempre più elevata domanda di trasporto spaziale presente sul mercato, nonché alla necessità impellente di avanzare nel campo della sostenibilità dei lanci in orbita geostazionaria. Infatti, le missioni volte alla rimozione attiva dei detriti (ADR) rappresentano un'applicazione in cui questo tipo di lanciatore potrebbe ridurre i costi e migliorare la fattibilità economica, dettaglio non trascurabile, dal momento che si prevede che la quantità di detriti spaziali in orbita terrestre

aumenterà a causa di collisioni e frammentazione nei prossimi decenni [17].

Pertanto, al fine di garantire un accesso continuo allo spazio, in futuro sarà necessaria una frequenza di lanci sempre maggiore. In tal senso, l'applicazione di elementi riutilizzabili al lanciatore determinerà un risparmio economico ingente sul lungo periodo.

## 8.2 Propulsione

Volendo studiare la riutilizzabilità degli stadi occorre tenere in considerazione l'inevitabile maggiorazione in termini di propellente per coprire le esigenze di un  $\Delta v$  aggiuntivo per il rientro controllato: in letteratura sono scarsissime le informazioni riguardo alle modalità di rientro dei lanciatori riutilizzabili attualmente esistenti.

Di fondamentale importanza per avere un'idea più o meno precisa dell'entità della maggiorazione di propellente occorrerebbe stabilire:

- Traiettoria obiettivo del rientro
- Numero di impulsi (accensioni motore dello stadio) nella fase di rientro
- Istanti temporali delle accensioni lungo la traiettoria di rientro
- Suddivisione del  $\Delta v$  realizzato da ciascuna accensione

### 8.2.1 Risoluzione approssimata

Il problema, di natura evidentemente molto complessa, non è stato affrontato in questi termini, in quanto introduce un numero di variabili elevato che imporrebbe uno studio parametrico per minimizzare la quantità di propellente ai fini del rientro. Invece si propone una prima stima della maggiorazione di propellente per effettuare un rientro secondo le seguenti ipotesi:

- Il  $\Delta v$  di rientro viene accorpato in un'unica quantità,  $\Delta v_r$
- L'accensione dei motori è impulsiva ed unica. Nella realtà un'unica accensione sarebbe irrealizzabile dato che in alcuni tratti della traiettoria comporterebbe velocità estremamente elevate, perciò sicuramente sono da prevedere almeno 2 o 3 accensioni successive

Sotto queste ipotesi si modella allora un primo stadio (che lavora assieme ai booster ausiliari già previsti in precedenza) tale da realizzare i seguenti contributi:

- $\Delta v_m = \Delta v_{missione} - \Delta v_{stadio1} - \Delta v_{stadio1}$ , necessario al corretto svolgimento della missione principale di portare il carico utile in orbita
- $\Delta v_r$ , necessario al rientro. Ai fini di questo studio, non essendo nodo un valore preciso, si è preferito piuttosto indagarne un range verosimile

Si distinguono tre fasi salienti:

1. Il primo stadio lavora in parallelo ai booster durante l'ascensione del lanciatore
2. Il primo stadio lavora da solo durante l'ascensione del lanciatore. I booster sono già stato sganciati subito dopo aver esaurito il propellente al loro interno, lo stadio spinge fino a raggiungere il contributo  $\Delta v_m$ .

3. Il primo stadio, avente ancora a disposizione una certa quantità di propellente, si stacca dagli stadi superiori, che proseguono la missione. Poco prima di tornare al suolo esegue l'accensione utile al rientro. Si suppone per essere conservativi che rimanga a questo punto ancora un 5 per cento della massa di propellente dedicata al rientro all'interno dei serbatoi.

Da questo schema si scrivono le equazioni di Tsyolkowsky necessarie a risolvere il problema:

$$\Delta V_m = -g_0 \left( I_{sp01} \cdot \ln \frac{m_{st} + m_{st,boost} + m_{p,2} + m_r + M}{m_{st} + m_{p,1} + m_{boost} + m_{core} + m_r + M} + I_{sp,core} \cdot \ln \frac{m_{st} + m_r + M}{m_{st} + m_{p,2} + m_r + M} \right) \quad (8.1)$$

$$\Delta V_r = -g_0 \left( I_{sp,core} \cdot \ln \frac{m_{str} + 0.05m_r}{m_{str} + m_r} \right) \quad (8.2)$$

In cui le quantità note sono:  $m_{core}$  massa totale del primo stadio,  $m_{st}$  la sua massa strutturale,  $m_{p,1}$  massa di propellente bruciata in parallelo ai boosters (ipotizzando manetta massima costante),  $m_{boost}$  massa totale dei boosters,  $m_{st,boost}$  massa strutturale dei boosters,  $M$  somma delle masse totali di stadi superiori e payload,  $I_{sp01}$  impulso specifico del parallelo stadio+boosters,  $I_{sp,core}$  impulso specifico proprio dello stadio.

Le incognite sono di conseguenza:  $m_{p,2}$  massa di propellente bruciata dopo lo spegnimento dei boosters ma prima del distacco dello stadio,  $m_r$  massa di propellente dedicata al rientro dello stadio.

## 8.2.2 Risultati

Come intuibile, volendo operare il rientro del primo stadio, la maggiorazione di propellente ha andamento praticamente esponenziale in funzione del  $\Delta v_r$  da realizzare. La figura 8.1 (curva relativa alla configurazione a 2 booster) evidenzia che l'entità della maggiorazione in propellente (espressa in termini relativi rispetto al più semplice caso in cui non sia previsto il rientro del primo stadio) raggiunge valori estremamente elevati, che impongono di conseguenza un aumento significativo delle dimensioni del lanciatore (Figura 8.2).

Volendo comunque realizzare rientri impegnativi, ma evitando al contempo di aumentare le dimensioni del primo stadio, si può pensare all'adozione di più booster: la loro modularità permetterebbe in tal caso di fornire un contributo ausiliario superiore durante la prima fase di ascesa, ed il propellente così risparmiato dal primo stadio potrebbe essere dedicato alla fase di rientro (curve a 3 e 4 boosters).

Le complicazioni progettuali introdotte dalla scelta di design di impiegare un primo stadio riutilizzabile non si limitano ovviamente alla mera maggiorazione del propellente imbarcato ma interessano diversi ambiti ingegneristici legati ai sistemi propulsivi; a titolo di esempio si evidenziano le problematiche relative al riutilizzo di turbopompe nel sistema di alimentazione dei motori, che richiederebbe uno studio approfondito degli effetti di cavitazione sulla vita dei componenti, e la necessità di un robusto sistema di controllo closed-loop per il thrust vectoring e throttling nelle ultime fasi di rientro.

Uno studio approfondito di queste complicazioni esula tuttavia dagli scopi di questa trattazione. Un ulteriore aspetto da tenere in considerazione, seppur non strettamente legato a design e fase operativa, riguarderebbe il recupero e riutilizzo dei booster impiegati, accorgimento già adottato in missioni precedenti (eg. Space Shuttle).

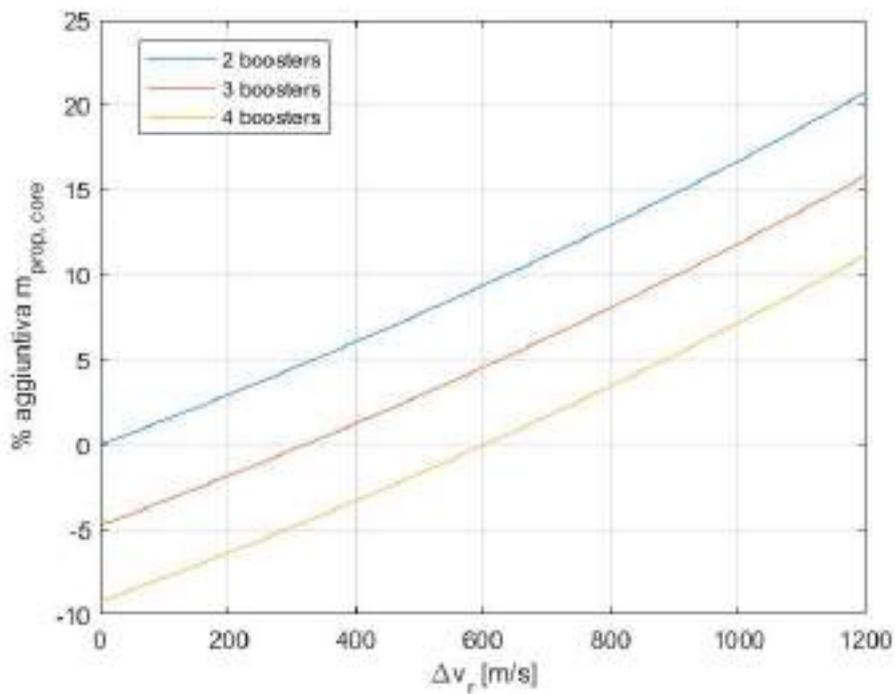


Figura 8.1: Andamento della maggiorazione relativa in propellente del primo stadio per configurazioni riutilizzabili

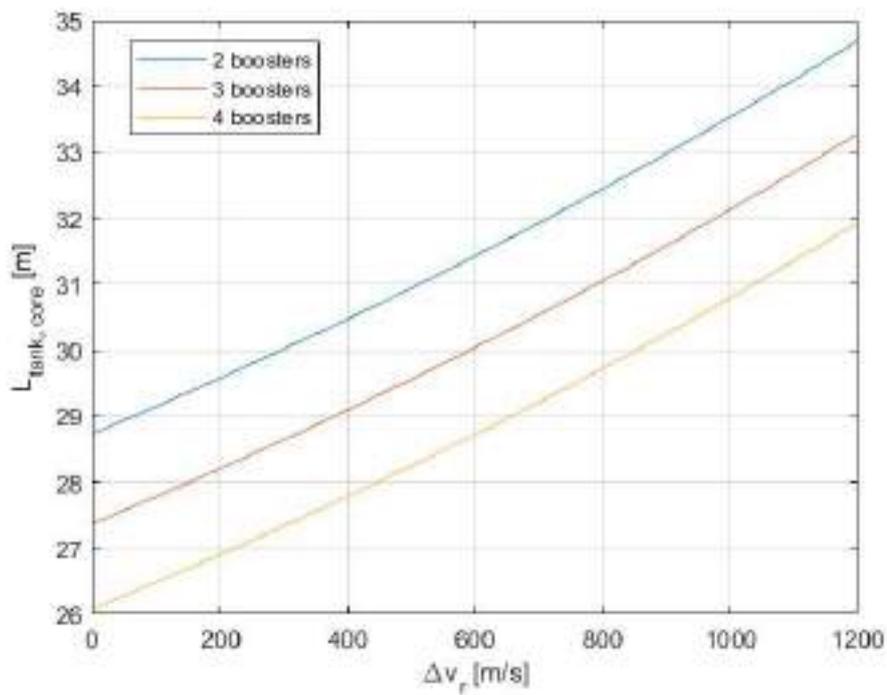


Figura 8.2: Andamento dell'aumento di lunghezza del primo stadio per configurazioni riutilizzabili

## 8.3 Struttura

Le sollecitazioni subite dal lanciatore durante il volo sono di diversa natura e pressoché impossibili da prevedere in modo esatto. Si possono però stimare gli intervalli tra il massimo ed il minimo sforzo durante le prime fasi di volo (sezione 6.7) che risultano essere parte fondamentali nell'analisi della vita a fatica della struttura.

In particolare si è scelto di fare una stima approssimata di quella che sarebbe la propagazione di una cricca posizionata sul primo stadio durante un lancio e quindi stimare la vita di quest'ultimo in funzione di vincoli imposti sulla dimensione massima rilevabile durante le ispezioni successive il rientro.

### 8.3.1 Analisi di propagazione della cricca

La scelta del materiale influenza molto il comportamento a fatica della struttura, infatti un parametro rilevante in tale ambito è la tenacità a frattura ( $K_{IC}$ ) che nel caso della lega di alluminio scelta (sezione 6.1) è pari a circa  $30MPa\sqrt{m}$ . Questo valore si pone come limite massimo a K, ovvero:

$$K < K_{IC} \quad (8.3)$$

affinché il materiale non vada incontro a rottura.

Nel caso in esame si vuole valutare il numero di cicli necessari a portare la cricca ad una dimensione rilevabile dagli strumenti disponibili, quindi ci si attende di essere molto lontani dalla condizione in cui K sia anche solo prossimo  $K_{IC}$ . Si stima quindi il  $\Delta K$  necessario per valutare l'amplificazione della cricca:

$$\Delta K = \Delta\sigma\beta\sqrt{\pi a} \quad (8.4)$$

il parametro  $\beta$  è un fattore adimensionale che dipende dalla geometria elemento-difetto, inoltre questo può essere considerato costante solo per piccoli intervalli di lunghezza della frattura ( $\beta = \beta(\alpha)$ ). Non essendo disponibili dati a riguardo si sono poste alcune assunzioni sulla stima di questo fattore.

$$\sigma_{max} = \sigma_{nom} \left( 1 + \alpha \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (8.5)$$

dove:

- $\sigma_{max}$ : picco di carico legato la concentrazione degli sforzi in alcune zone adiacenti la cricca
- $\alpha$ : coefficiente legato la tipologia di modo di rottura, nel caso in esame, lo si è considerato pari a 2, valore che corrisponde alla condizione di trazione di trazione (Modo 1)
- $a$ : semi-ampiezza della cricca
- $\rho$ : raggio di curvatura della cricca (imposto pari a 0.5)

nell'equazione sopra riportata si nota come la parentesi rappresenti un fattore amplificativo per gli sforzi e possa essere ricondotto alla geometria del difetto, si è quindi considerato il  $\beta$  dell'equazione 8.4 pari a:

$$\beta = 1 + \alpha \sqrt{\frac{a}{\rho}} \simeq 3.8 \quad (8.6)$$

questa assunzione consente di procedere con lo studio dell'avanzamento della cricca basandosi sulla *legge di Paris*:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^n \quad (8.7)$$

dove  $C$  ed  $n$  sono costanti tipiche dei materiali. Queste ultime sono state considerate secondo letteratura rispettivamente pari a  $1.21e - 8mm/ciclo$  e  $2.7$ , la costante  $C$  ha le dimensioni di una velocità di avanzamento, mentre invece  $n$  è un coefficiente adimensionale.

Integrando la *legge di Paris* è possibile ricavare una formulazione che fornisca il valore della dimensione della cricca dopo un definito numero di cicli ad una data ampiezza.

$$a_f = \left( \left( 1 - \frac{n}{2} \right) C \pi^{\frac{n}{2}} (\Delta \sigma \beta)^n \Delta N + a_i^{1-\frac{n}{2}} \right)^{\frac{1}{1-\frac{n}{2}}} \quad (8.8)$$

### Vincoli imposti

I vincoli imposti riguardano la dimensione massima e minima della cricca e si basano su quanto riscontrato in letteratura in merito la risoluzione degli strumenti di rilevamento attualmente disponibili.

Basandosi sui dati riscontrati in letteratura [4] si sono imposte le dimensioni massime e minime della cricca assumendo che il materiale utilizzato per la costruzione del primo stadio sia stato sottoposto a controlli non distruttivi ad altissima precisione, difficilmente riproducibili su una struttura completa. La presunta cricca iniziale è stata posta pari a  $100\mu m$  mentre quella rilevabile in controlli successivi il primo lancio pari a  $300\mu m$ , questo in quanto si ipotizza nei controlli al rientro l'utilizzo di strumenti ad ultrasuoni che presentano sensibilità inferiori.

Altra assunzione è stata compiuta per quanto riguarda la stima dei carichi di rientro, ovvero non avendo alcun dato riguardo questa fase si è deciso di raddoppiare i cicli di carico stimati per il lancio in modo da considerare la fase di rientro con le stesse sollecitazioni della precedente. Si ritiene che questa scelta risulti essere comunque conservativa, avendo considerato il lancio come la fase dimensionante di tutto il lanciatore. Definiti questi "confini" si è quindi potuto stimare il numero di lanci sulla base delle sollecitazioni cui si è assunto essere sottoposta la struttura.

### Stime di sollecitazione

Sulla base di quanto esposto nella sezione 6.7 si sono stimati i  $\Delta \sigma$  ed il numero di attraversamenti delle soglie imposte  $\Delta N$ :

$\Delta \sigma [MPa]$	Soglia [ $kN$ ]	$\Delta N$
3,693	860	12142
1,699	800	22526
1,145	780	5360
0,569	760	5074

Tabella 8.2: Numero di cicli in relazione il  $\Delta \sigma$  applicato

Ottenute queste stime si è quindi riportata in ambiente MATLAB l'equazione 8.8 che ha permesso di valutare per ogni ciclo di carico in ogni lancio l'avanzamento della cricca. Entrando nel dettaglio, sono stati sviluppati due loop, "inner" ed "outer", il primo ha permesso di

considerare la successione di cicli stimati per il singolo lancio, ovvero di considerare le differenti soglie imposte, il secondo (esterno) ha invece preso in input le dimensioni della cricca dopo la serie di cicli relativa il lancio precedente e reimmesso questo valore nell'inner loop come ampiezza di cricca iniziale, ciò corrisponde quindi a considerare la successione di lanci.

### 8.3.2 Risultati

Sulla base delle assunzioni (considerate conservative) sopra riportate, si è giunti alla conclusione che è possibile riutilizzare la struttura del primo stadio per un numero di lanci all'incirca pari ad 11, prima che le dimensioni della cricca siano rilevabili da uno strumento con risoluzione di  $300\mu m$ . Si riporta quindi un grafico che descrive l'andamento della cricca per ogni lancio dopo ogni ciclo combinato con le differenti soglie di carico. Si fa inoltre notare che la cricca iniziale è stata posta per ogni ciclo di carico (interno al singolo lancio) pari alla cricca finale del ciclo precedente, partendo dalle soglie più basse fino verso quelle ad ampiezza maggiore.

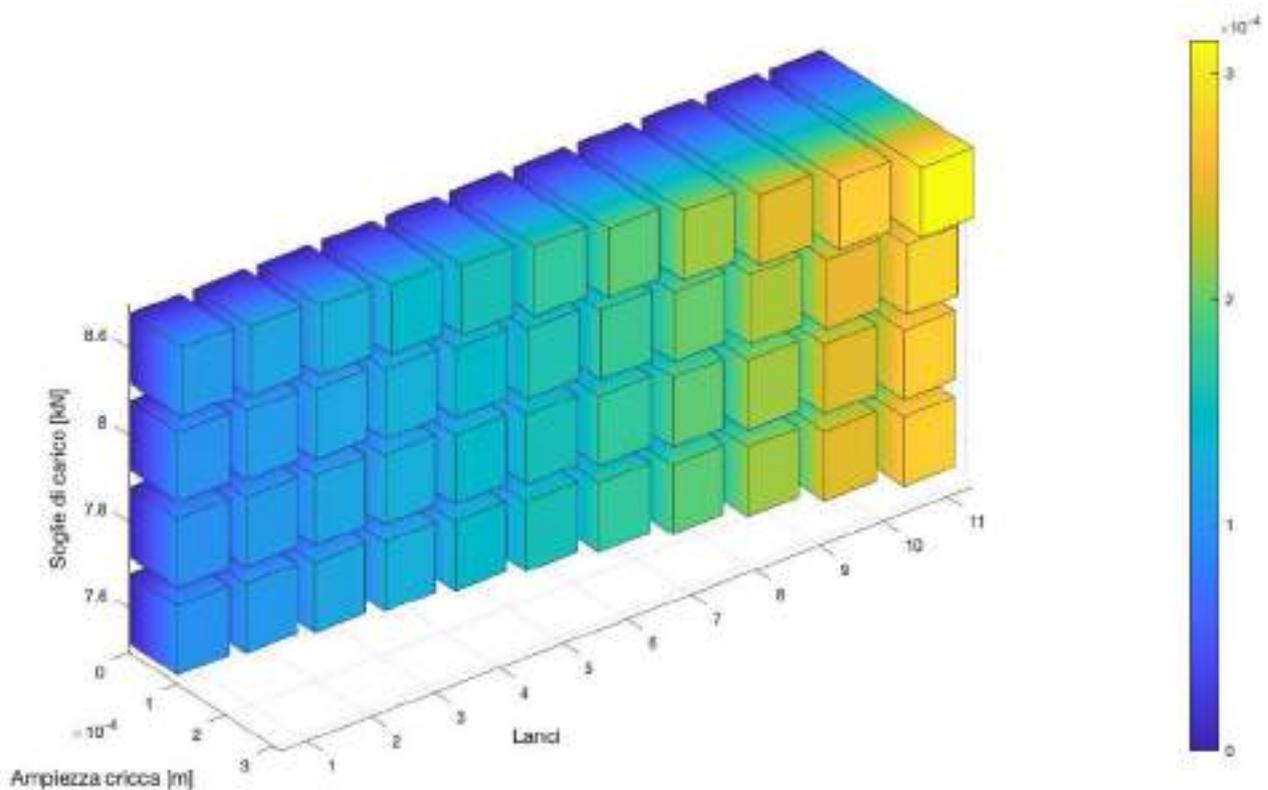


Figura 8.3: Avanzamento della cricca

# Capitolo 9

## Riepilogo

In questo capitolo viene presentato infine il modello CAD 3D, realizzato mediante il software "SolidWorks", e rappresentativo delle forme e dimensioni esterne del lanciatore. Esso è rappresentato in figura 9.1. L'ingombro alla base è di  $6.02\text{ m}$  e l'altezza complessiva è di  $51\text{ m}$ ; le dimensioni principali sono indicate in tabella 9.1. Trattandosi di un progetto preliminare, non sono stati considerati tutti quei componenti tipici di fasi successive, che potrebbero modificare, comunque non in maniera eccessiva, le dimensioni del lanciatore. Nella tabella 9.2 sono riportate infine le principali masse che costituiscono la GLOM finale.

Da un confronto di tale modello in scala con i principali competitors, rappresentato in figura 9.2 si può evincere come il lanciatore in progetto si trovi, in termini di dimensioni esterne, tra il "Proton" e l'"Atlas V", svolgenti peraltro missioni molto simili a quanto dovrebbe svolgere ErmeS-1.

	<b>Primo stadio</b>	<b>Secondo stadio</b>	<b>Terzo stadio</b>	<b>Booster</b>	<b>Fairing</b>	<b>Totale</b>
<i>Altezza</i>	28.74 m	2.14 m	1.10 m	9.23 m	11.78 m	51 m
<i>Diametro</i>	4 m	4 m	4 m	1.01 m	4.6 m	

Tabella 9.1: Dimensioni generali del lanciatore.

	<b>Stadio I</b>	<b>Stadio II</b>	<b>Stadio III</b>	<b>Booster</b>	<b>Payload</b>	<b>GLOM</b>
<i>Massa</i>	141.58 t	11.03 t	5.81 t	11.67 t	6 t	188 t

Tabella 9.2: Masse principali e GLOM



(a) Modello CAD finale.



(b) Esploso con dettagli principali.

Figura 9.1: Modello CAD 3D.



Figura 9.2: Confronto con i competitors.

# Appendice A

## Calcolo $\Delta V$ di missione

### A.1 Calcolo preliminare

L'incremento di velocità che il lanciatore deve fornire per raggiungere l'orbita finale a  $h = 400km$  è dato dalla somma di più contributi:

$$\Delta V_{mission} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 \quad (A.1)$$

Dove:

- $\Delta V_1$ : Trasferimento terra-orbita di parcheggio
- $\Delta V_2$ : Trasferimento orbita di parcheggio-orbita finale
- $\Delta V_3$ : Circularizzazione dell'orbita finale
- $\Delta V_4$ : De-orbit dello stadio di trasferimento

#### A.1.1 Trasferimento all'orbita di parcheggio

La prima trasferta consiste nel portare lo spacecraft dalla rampa di lancio a terra all'orbita di parcheggio, ciò avviene con un salto di velocità in direzione Est pari a:

$$\Delta V_1 = V_{c,1} - V_0 + \Delta V_g + \Delta V_d + \Delta V_p \quad (A.2)$$

a cui sono associate una serie di perdite caratteristiche:

- $\Delta V_g$ : perdite gravitazionali
- $\Delta V_d$ : perdite aerodinamiche
- $\Delta V_p$ : perdite propulsive dovute a cambi di pressione e sterzo
- $V_{c,1} = \sqrt{\frac{\mu_t}{r_1}}$ : velocità circolare in orbita di parcheggio
- $V_0$ : guadagno di velocità iniziale dovuto alla rotazione terrestre

#### Perdite gravitazionali, aerodinamiche e propulsive

Sono stati presi valori di letteratura dalle lezioni di Propulsione spaziale tenuta dal professor Lorenzo Casalino.

### Guadagno di velocità

La rotazione terrestre fornisce una velocità iniziale al lancio dipendente dalla latitudine del sito stesso. Partendo da *Kourou* in Guyana francese, a una latitudine di  $\phi_0 = 5.1597^\circ$ , otteniamo una velocità tangenziale iniziale di:

$$V_{r_0\phi_0} = \Omega r_0 \cos \phi_0 \quad (\text{A.3})$$

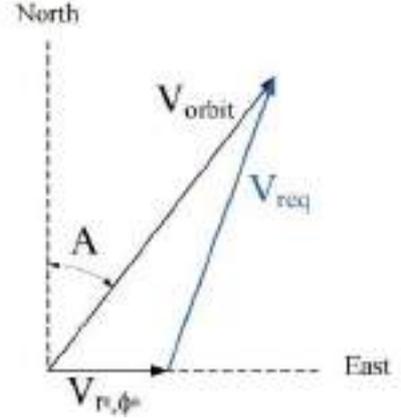
Con  $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5} \text{rad/s}$  velocità angolare della terra e  $\phi_0$  flight path angle

Dovendo attraccare alla Stazione Spaziale Internazionale, la cui orbita è inclinata di  $i = 51.64^\circ$ , è necessario avere un azimuth al lancio di:

$$A = \arcsin \left( \frac{\cos i}{\cos \phi_0} \right) = 38.54^\circ \quad (\text{A.4})$$

Componendo le velocità come in figura, otteniamo un guadagno di velocità pari a:

$$V_0 = V_{c,1} - \sqrt{(V_{c,1} \sin A - V_{r_0\phi_0})^2 + (V_{c,1} \cos A)^2} \quad (\text{A.5})$$



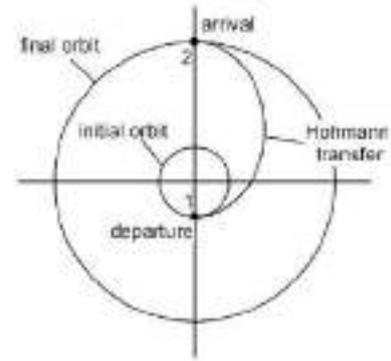
### A.1.2 Trasferta di Hohmann dall'orbita di parcheggio all'orbita finale

La seconda manovra permette di passare dall'orbita circolare di parcheggio all'orbita finale con un'altitudine di 400km grazie ad un salto di velocità, in direzione prograda, di:

$$\Delta V_2 = V_{H,1} - V_{c,1} + \textit{gravity\_losses} \quad (\text{A.6})$$

La circularizzazione dell'orbita finale avviene, anch'essa, tramite un salto di velocità in direzione prograda:

$$\Delta V_3 = V_{c,2} - V_{H,2} \quad (\text{A.7})$$



### A.1.3 De-orbiting

Interpretiamo il deorbiting come una trasferta di Hohmann inversa che richiede invece un salto di velocità in direzione retrograda pari a:

$$\Delta V_4 = V_{c,2} - V_{H,\textit{deorbit}} \quad (\text{A.8})$$

dove:

- Velocità di Hohmann 1:  $V_{H,1} = \sqrt{2 \left( -\frac{\mu_t}{r_1 + r_2} + \frac{\mu_t}{r_1} \right)}$
- Velocità di Hohmann 2:  $V_{H,2} = \sqrt{2 \left( -\frac{\mu_t}{r_1 + r_2} + \frac{\mu_t}{r_2} \right)}$

- Velocità orbita finale:  $V_{c,2} = \sqrt{\frac{\mu_t}{r_2}}$
- Velocità di Hohmann di de-orbit:  $V_{H,deorbit} = \sqrt{2 \left( -\frac{\mu_t}{r_{3,p} + r_2} + \frac{\mu_t}{r_2} \right)}$

## A.2 Analisi di dettaglio

Di seguito vengono elencate le varie masse che entrano in gioco durante la prima fase del lancio.

La massa totale del lanciatore al take off è data dalla somma dei contributi di ciascuno stadio a propellente liquido ( $M_{L_i}$ ), del payload e dei due booster ( $M_{booster}$ ):

$$(M_{tot})_{iniziale} = M_{L,1} + M_{L,2} + M_{L,3} + M_{payload} + 2 \cdot M_{booster} \quad (A.9)$$

La massa complessiva dei booster varia linearmemente nel tempo secondo la seguente legge:

$$M_b(t) = \left( M_{booster} - M_{booster_{propellente}} \cdot \left( \frac{t}{t_b} \right) \right) \cdot 2 \quad (A.10)$$

Di conseguenza, è possibile esprimere la massa del lanciatore tra il tempo iniziale e il tempo di combustione dei booster  $t_b = 52.2s$  come:

$$M_{tot} = (M_{tot})_{iniziale} - M_b(t) - \dot{m}_{L_1} t \quad (A.11)$$

Dove  $\dot{m}_{L_1}$  è la portata di combustibile complessiva dei motori a propellente liquido.

Inoltre la spinta fornita in questa fase è costante e calcolabile come segue:

$$T = T_{booster} \cdot 2 + T_{L,1} \cdot 2 \quad (A.12)$$

con  $T_{L,1}$  la spinta del singolo motore a propellente liquido e  $T_{booster}$  la spinta del singolo booster.

Separati i booster, la manetta del LRE diminuisce nel tempo e di conseguenza la  $T_{L,1}$  non è più massima. La variazione della massa è calcolabile come segue:

$$M_{tot} = (M_{tot})_{t=t_b} - manetta \cdot \dot{m}_{L_1} t \quad (A.13)$$

Una volta separato il primo stadio, alla massa del lanciatore è sottratta la massa strutturale dello stadio in questione.

La spinta del secondo e del terzo stadio è sempre quella massima.

Definite spinte e masse nel tempo, è possibile calcolare le accelerazioni a cui sono soggetti gli

stadi nel tempo, facendo riferimento al digramma di corpo libero riportato in figura A.1. La descrizione della traiettoria di lancio è effettuata nella sezione 3.2.

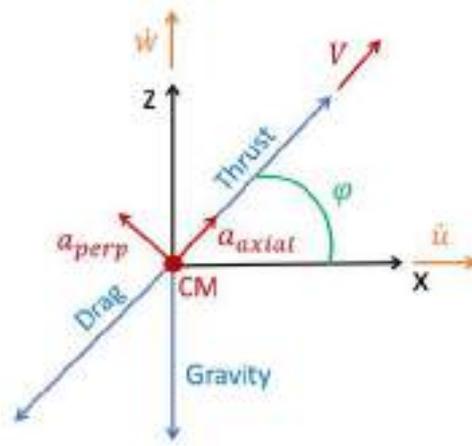


Figura A.1: Diagramma di corpo libero

Le accelerazioni a cui il lanciatore è soggetto sono le seguenti:

- Accelerazione lungo l'asse del razzo:

$$a = \frac{T - D}{M_{tot}} \quad (\text{A.14})$$

Dove  $D$  è la forza aerodinamica agente sul profilo della struttura dipende dal coefficiente di resistenza (ottenuto dagli studi aerodinamici), dall'area effettiva e dalla pressione dinamica, secondo la relazione sotto riportata:

$$D = C_d \cdot S_{eff} \cdot q_{din} \quad (\text{A.15})$$

- Accelerazione ideale:

$$a_{id} = \frac{T}{M_{0,1^{\circ}s}} \quad (\text{A.16})$$

- Accelerazione lungo z:

$$\dot{w} = a \cdot \sin(\varphi) - g \frac{R_E^2}{(R_E + h)^2} \quad (\text{A.17})$$

dove  $R_E$  rappresenta il raggio della Terra.

- Accelerazione lungo x:

$$\dot{u} = a \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{A.18})$$

- Accelerazione totale:

$$a_{tot} = \sqrt{\dot{u}^2 + \dot{w}^2} \quad (\text{A.19})$$

Le condizioni iniziali per la risoluzione del sistema delle equazioni del moto è:

$$\begin{cases} z(0) = 0 \\ V(0) = u(0) = w(0) = 0 \\ \dot{u}(0) = 0 \\ \dot{w}(0) = a_{TO} \\ \varphi_0 = 87.038^\circ \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Dalle equazioni classiche della cinematica le componenti di altitudine e spazio longitudinale percorso dal razzo sono state calcolate in ogni istante come conseguenza delle velocità e accelerazioni in ogni istante  $i$ -esimo:

$$\begin{cases} z_i = z_{i-1} + v_{i-1} \cdot dt + \frac{1}{2}v_{i-1}^2 \cdot dt^2 \\ x_i = x_{i-1} + u_{i-1} \cdot dt + \frac{1}{2}u_{i-1}^2 \cdot dt^2 \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

La densità dell'aria, necessaria per il calcolo della pressione dinamica  $q_{din} = \frac{1}{2}\rho V^2$  è stata modellata secondo l'International Standard Atmosphere (ISA), riporto di seguito le formule differenziate per la troposfera, stratosfera e termosfera:

$$\begin{cases} T = 15.04 - 0.006491 \cdot z \\ p = 101.29 \cdot \left[ \left( \frac{T + 273.1}{288.08} \right)^{5.256} \right] \end{cases} \quad z < 11000m \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{cases} T = -56.46^\circ \\ p = 22.659 \cdot e^{1.73 - 0.000157 \cdot z} \end{cases} \quad 11000 \leq z < 25000m \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{cases} T = -131.21 + 0.00299 \cdot z \\ p = 2.488 \cdot \left( \frac{T+273.1}{216.6} \right)^{-11.388} \end{cases} \quad 25000m \leq z < 10^5m \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{cases} T = -70^\circ \\ p = 0 \end{cases} \quad z \geq 100000m \quad (\text{A.25})$$

$$\text{con } \rho = \frac{p}{0.2869 \cdot (T + 273.1)}$$

# Appendice B

## Dettagli sul calcolo strutturale

L'equazione utilizzata per il calcolo del carico critico di buckling è la seguente:

$$N_x = \left(\frac{L}{m\pi}\right)^2 \left[ A_{33} + A_{23} \left( \frac{A_{13}A_{12} - A_{11}A_{23}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right) + A_{13} \left( \frac{A_{12}A_{23} - A_{13}A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right) \right] \quad (\text{B.1})$$

in cui compaiono i termini dettagliati a seguire

$$A_{11} = \bar{E}_x \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \bar{G}_{xy} \left(\frac{n}{R}\right)^2 \quad (\text{B.2})$$

$$A_{22} = \bar{E}_y \left(\frac{n}{R}\right)^2 + \bar{G}_{xy} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \quad (\text{B.3})$$

$$A_{33} = \bar{D}_x \left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 + \bar{D}_{xy} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \left(\frac{n}{R}\right)^2 + \bar{D}_x \left(\frac{n}{R}\right)^4 + \frac{\bar{E}_y}{R^2} + \frac{2\bar{C}_y}{R} \left(\frac{n}{R}\right)^2 + \frac{2\bar{C}_{xy}}{R} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \quad (\text{B.4})$$

$$A_{12} = A_{21} = (\bar{E}_{xy} + \bar{G}_{xy}) \frac{m\pi}{L} \frac{n}{R} \quad (\text{B.5})$$

$$A_{23} = A_{32} = (\bar{C}_{xy} + 2\bar{K}_{xy}) \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \frac{n}{R} + \frac{\bar{E}_y}{R} \frac{n}{R} + \bar{C}_y \left(\frac{n}{R}\right)^3 \quad (\text{B.6})$$

$$A_{31} = A_{13} = \frac{\bar{E}_{xy}}{R} \frac{m\pi}{L} + \bar{C}_x \left(\frac{m\pi}{L}\right)^3 + (\bar{C}_{xy} + 2\bar{K}_{xy}) \frac{m\pi}{L} \left(\frac{n}{R}\right)^2 \quad (\text{B.7})$$

I valori di  $\bar{E}_{xy}$ ,  $\bar{E}_x$ ,  $\bar{E}_y$ ,  $\bar{G}_{xy}$ ,  $\bar{D}_x$ ,  $\bar{D}_{xy}$ ,  $\bar{D}_y$ ,  $\bar{C}_x$ ,  $\bar{C}_{xy}$ ,  $\bar{C}_y$  e  $\bar{K}_{xy}$  variano a seconda della tipologia di irrigidimento che si va ad utilizzare, in seguito il dettaglio. Per quanto riguarda le deformazioni pre-buckling queste non sono considerate nella derivazione delle equazioni ed inoltre il cilindro è considerato semplicemente appoggiato alla base, in modo da vincolare gli spostamenti verticali ma mantenere liberi gli spostamenti tangenziali.

### B.1 Costanti elastiche

Considerando un cilindro isotropo irrigidito con correnti ed ordinate e con la superficie di riferimento posta coincidente con la superficie media del cilindro, le costanti elastiche si ricavano come segue:

$$\bar{E}_x = \frac{Et}{1 - \psi^2} + \frac{E_s A_s}{b_s} \quad (\text{B.8})$$

$$\bar{D}_x = \frac{Et^3}{12(1 - \psi^2)} + \frac{E_s I_s}{b_s} \quad (\text{B.9})$$

$$\bar{C}_x = z_s \frac{E_s A_s}{b_s} \quad (\text{B.10})$$

$$\bar{E}_y = \frac{Et}{1 - \psi^2} + \frac{E_r A_r}{b_r} \quad (\text{B.11})$$

$$\bar{D}_y = \frac{Et^3}{12(1 - \psi^2)} + \frac{E_r I_r}{b_r} \quad (\text{B.12})$$

$$\bar{C}_y = z_r \frac{E_r A_r}{b_r} \quad (\text{B.13})$$

$$\bar{E}_{xy} = \frac{\psi Et}{1 - \psi^2} \quad (\text{B.14})$$

$$\bar{D}_{xy} = \frac{\psi Et^3}{6(1 - \psi^2)} + \frac{Et^3}{6(1 + \psi)} + \frac{G_s J_s}{b_s} + \frac{G_r J_r}{b_r} \quad (\text{B.15})$$

$$\bar{G}_{xy} = \frac{\psi Et}{2(1 - \psi)} \quad (\text{B.16})$$

$$\bar{C}_{xy} = \bar{K}_{xy} = 0 \quad (\text{B.17})$$

Si riporta quindi una immagine esemplificativa dei sistemi di riferimento utilizzati nel NASA report SP8007.

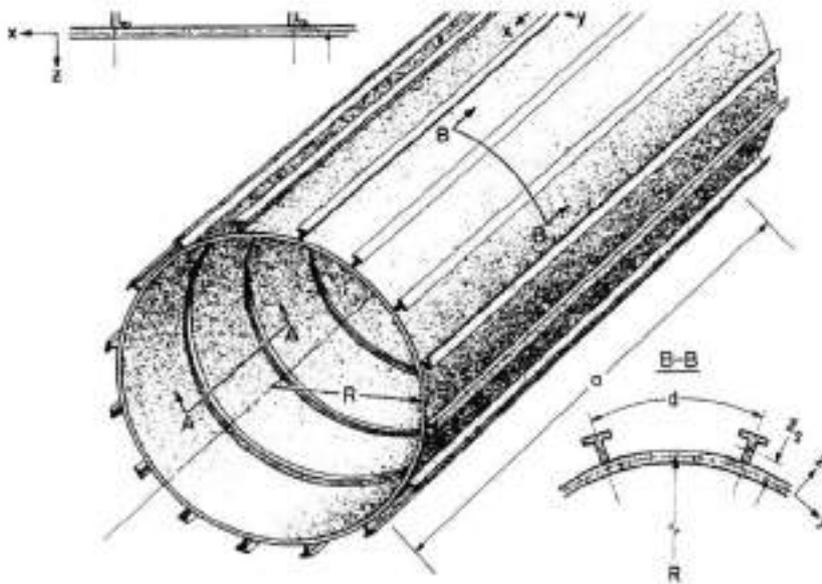


Figura B.1: Sistema di riferimento NASA SP8007

# Appendice C

## Metodo di ottimizzazione degli stadi

In questa appendice è presentato un metodo di ottimizzazione degli stadi adatto ad essere utilizzato nella fase di conceptual design di un generico lanciatore multistadio con diversi rapporti strutturali e velocità efficaci di scarico dei propellenti diverse da stadio a stadio.

### C.1 Equazione di Tsiolkovsky

La famosa equazione del razzo derivata dalla seconda legge di Newton regola la relazione tra il consumo di propellente e le velocità che possono essere raggiunte dal lanciatore, ed è data da:

$$\Delta V_{vehicle} = C \cdot \ln \Lambda \quad (C.1)$$

Dove :

- $\Delta V_{vehicle}$  : variazione massima di velocità
- $C$  : velocità efficace di scarico
- $\Lambda$  : mass ratio

Il **mass ratio** ( $\Lambda$ ) è semplicemente definito come il rapporto tra la massa iniziale e la massa finale. In formule :

$$\Lambda = \frac{m_0}{m_f} = \frac{m_0}{m_0 - m_p} = \frac{m_s + m_p + m_{pl}}{m_s + m_p} \quad (C.2)$$

Dove :

- $m_0$  : massa iniziale
- $m_f$  : massa finale
- $m_s$  : massa strutturale
- $m_p$  : massa propellente
- $m_{pl}$  : massa payload

La velocità efficace di scarico è definita come :

$$C = I_{sp} \cdot g_0 \quad (C.3)$$

Nella quale :

- $I_{sp}$  : impulso specifico
- $g_0$  : accelerazione di gravità @ SL ,  $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$

## C.2 Parametri lanciatore multistadio

L'incremento di velocità ideale per un lanciatore a  $N$  stadi è pari alla somma degli incrementi di velocità dati dai singoli stadi.

$$\Delta V_{vehicle} = \sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k \quad (C.4)$$

Nell'analisi del lanciatore a  $N$  stadi, il payload del generico stadio ( $k$ ) può essere considerato come la massa degli stadi successivi ( $k + 1$  , ... ,  $N$ ) come illustrato in Figura C.1.

$$m_{pl,k} = m_{0,k+1} \quad (C.5)$$

Quindi il payload dell'ultimo stadio ( $N$ ) è l'effettivo payload del lanciatore.

$$m_{pl,N} = m_{pl} \quad (C.6)$$

Il **total payload ratio** ( $\lambda_t$ ) è definito come :

$$\lambda_t = \frac{m_{pl}}{m_0} = \frac{m_{pl}}{m_{0,1}} \quad (C.7)$$

Dove :

- $m_{0,1}$  : gross lift-off mass (*GLOM*) del lanciatore

La massa del  $k$ -esimo stadio è data da :

$$m_k = m_{s,k} + m_{p,k} \quad (C.8)$$

La massa del lanciatore prima dell'operazione del  $k$ -esimo stadio è :

$$m_{0,k} = m_k + m_{0,k+1} \quad (C.9)$$

La massa del lanciatore dopo l'operazione del  $k$ -esimo stadio è :

$$m_{f,k} = m_{s,k} + m_{0,k+1} \quad (C.10)$$

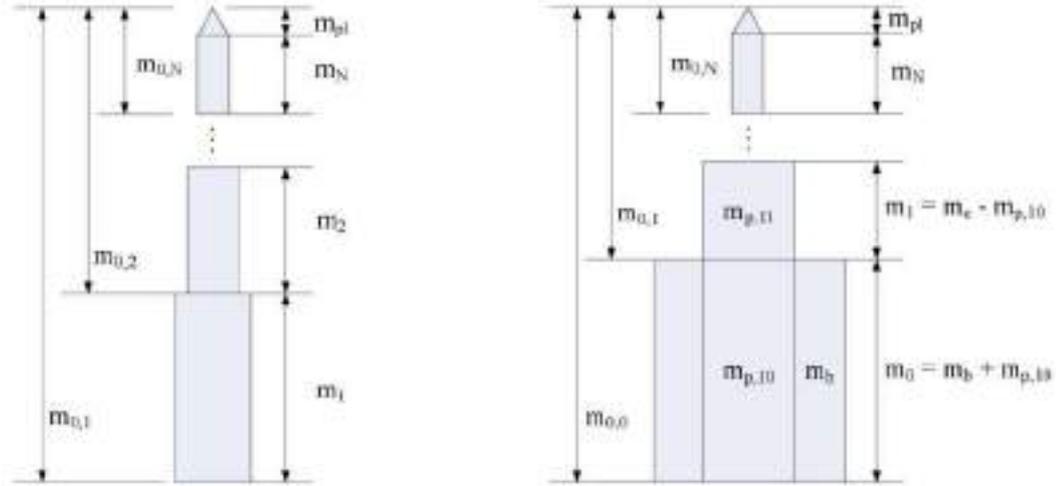


Figura C.1: Definizione delle masse per staging seriale (sinistra) e parallelo (destra)

### C.2.1 Staging seriale

Nello staging seriale lo stadio inferiore brucia fino a che non esaurisce il proprio propellente, dopo di che viene sganciato. Lo stadio successivo viene acceso e brucerà anch'esso fino all'esaurimento del propellente, e così via per tutti gli stadi.

Il **mass ratio** ( $\Lambda_k$ ) del  $k$ -esimo stadio è :

$$\Lambda_k = \frac{m_{0,k}}{m_{f,k}} = \frac{m_{0,k}}{m_{s,k} + m_{0,k+1}} \quad (C.11)$$

Lo **structural ratio** ( $\varepsilon_k$ ) del  $k$ -esimo stadio è :

$$\varepsilon_k = \frac{m_{s,k}}{m_{s,k} + m_{p,k}} = \frac{m_{s,k}}{m_k} \quad (C.12)$$

Il **payload ratio** ( $\lambda_k$ ) del  $k$ -esimo stadio è :

$$\lambda_k = \frac{m_{p,k}}{m_{s,k} + m_{p,k}} = \frac{m_{0,k+1}}{m_k} \quad (C.13)$$

I parametri  $\Lambda_k$ ,  $\varepsilon_k$  e  $\lambda_k$  appena definiti non sono indipendenti tra loro. Combinando le tre equazioni di cui sopra si può riscrivere il mass ratio del  $k$ -esimo stadio come :

$$\Lambda_k = \frac{1 + \lambda_k}{\varepsilon_k + \lambda_k} \quad (C.14)$$

### C.2.2 Staging parallelo

Lo staging parallelo si differenzia da quello seriale per la presenza di più stadi montati in parallelo che bruciano contemporaneamente. Molti lanciatori presenti in letteratura fanno uso sia di staging seriale che di staging parallelo.

L'analisi di un lanciatore con staging parallelo è molto simile a quella di uno staging seriale tuttavia bisogna rinominare gli stadi secondo la nomenclatura proposta in Figura C.1 ; inoltre vi è la necessità di calcolare una velocità efficace di scarico media.

Durante la fase in cui i booster e il primo stadio bruciano in parallelo essi prendono il nome di "stadio 0" , mentre il propellente rimanente nel core dopo il distacco dei booster rappresenta lo "stadio 1".

Appoggiandosi al modello in Figura C.1 è possibile esprimere il mass, lo structural e il payload ratio dello stadio 0 come :

$$\Lambda_0 = \frac{m_{0,0}}{m_{s,b} + m_{0,1}} \quad (C.15)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{m_{s,b}}{m_b + m_{p,10}} \quad (C.16)$$

$$\lambda_0 = \frac{m_{0,1}}{m_b + m_{p,10}} \quad (C.17)$$

Dove :

- $c$  : pedice che indica il core del primo stadio
- $b$  : pedice che indica i booster
- $m_{p,10}$  : massa di propellente bruciata in parallelo ai booster

La velocità efficace di scarico dello stadio 0 vale :

$$C_0 = g_0 \frac{I_{sp,b} \cdot m_{p,b} + I_{sp,c} \cdot m_{p,10}}{m_{p,b} + m_{p,10}} \quad (C.18)$$

In maniera analoga risulta possibile scrivere il mass, lo structural e il payload ratio per lo "stadio 1" :

$$\Lambda_1 = \frac{m_{0,1}}{m_{s,c} + m_{0,2}} \quad (C.19)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{m_{s,c}}{m_c - m_{p,10}} \quad (C.20)$$

$$\lambda_1 = \frac{m_{0,2}}{m_c - m_{p,10}} \quad (C.21)$$

### C.3 Formulazione del problema

L'obiettivo del problema di ottimizzazione degli stadi è quello di identificare i mass ratio ( $\Lambda_k$ ) degli stadi tali che vadano a minimizzare la *GLOM* ( $m_0$ ) del lanciatore a fissata massa del payload ( $m_{pl}$ ).

$$m_0 = m_{0,1} = \left( \sum_{k=1}^N m_k \right) + m_{pl} \quad (C.22)$$

Dividendo per  $m_{pl}$  è possibile scrivere l'objective function rispetto al mass ratio dello stadio  $k$ -esimo :

$$\frac{m_0}{m_{pl}} = \prod_{k=1}^N \frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \quad (C.23)$$

È conveniente applicare il logaritmo ad ambo i membri, in quanto la seguente espressione risulta più facilmente differenziabile :

$$\ln \left( \frac{m_0}{m_{pl}} \right) = \sum_{k=1}^N \ln \left( \frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \right) \quad (C.24)$$

Il lanciatore deve fornire energia sufficiente per inserire il payload in orbita, per cui:

$$\Delta V_{vehicle} = \sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k = \Delta V_{mission} \quad (C.25)$$

Il problema di ottimizzazione degli stadi può quindi essere formulato nel seguente modo :

- Minimizzare l'objective function :

$$\sum_{k=1}^N \ln \left( \frac{(1 - \varepsilon_k) \Lambda_k}{1 - \varepsilon_k \Lambda_k} \right) \quad (C.26)$$

- Soggetta al constraint :

$$\sum_{k=1}^N C_k \cdot \ln \Lambda_k = \Delta V_{mission} \quad (C.27)$$

## C.4 Calcolo della GLOM

Come detto precedentemente le variabili di ottimizzazione sono i mass ratio dei singoli stadi, quindi una volta effettuata la ricerca del minimo con un solutore, si hanno a disposizione i  $\Lambda_k$ .

Invertendo l'equazione (C.14), noti i mass ratio si possono ottenere i payload ratio :

$$\lambda_k = \frac{\Lambda_k \varepsilon_k - 1}{1 - \Lambda_k} \quad (C.28)$$

A questo punto conoscendo i  $\lambda_k$ , si può calcolare la massa di ogni singolo stadio seguendo una procedura ricorsiva a partire dall'ultimo stadio fino al primo.

$$m_k = \frac{m_{pl} + m_{k+1}}{\lambda_k} \quad (C.29)$$

Infine la *GLOM* sarà data da :

$$GLOM = \left( \sum_{k=1}^N m_k \right) + m_{pl} \quad (C.30)$$

Si può anche calcolare la massa strutturale :

$$m_{s,k} = \varepsilon_k \cdot m_k \quad (C.31)$$

E la massa di propellente necessaria per ogni stadio :

$$m_{p,k} = m_k - m_{s,k} \quad (C.32)$$

L'algoritmo di ottimizzazione sopra riportato è stato implementato in ambiente Matlab e come solutore è stato utilizzato *fmincon*, il quale è in grado di trovare il minimo di una funzione multivariabile soggetta a constraints non lineari.

## C.5 Considerazioni sullo Staging parallelo

Lo script prevede di stimare inizialmente i rapporti strutturali  $\varepsilon_k$ . In particolare i valori di  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  in caso di staging parallelo dipendono, in virtù delle relazioni C.16 e C.20, dalla massa  $m_{p,10}$  (che non è nota a priori, ma è frutto dei calcoli di ottimizzazione).

Si implementa quindi nello script un ciclo iterativo a convergenza che parte da valori di tentativo iniziali di  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $m_{p,10}$  e che prevede che  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_1$  vengano aggiornati al ciclo successivo ( $i + 1$ ) sulla base del computo di  $m_{p,10}$  al ciclo precedente ( $i$ ):

$$\varepsilon_{0, i+1} = \frac{m_{s,b, i}}{m_{b, i} + m_{p,10, i}} \quad (C.33)$$

$$\varepsilon_{1, i+1} = \frac{m_{s,c, i}}{m_{c, i} - m_{p,10, i}} \quad (C.34)$$

Si osserva che la convergenza viene raggiunta generalmente in poche iterazioni, imponendo un controllo di convergenza su  $m_{p,10}$  adeguato: la convergenza di tale variabile garantisce di conseguenza la convergenza delle altre variabili dello staging parallelo.

# Appendice D

## Modello per il calcolo del $C_d$

In questa appendice si forniscono maggiori dettagli sulle metodologie adottate per le analisi presentate nel capitolo 7.

Per una valutazione preliminare degli effetti della resistenza con l'aria durante l'ascesa del lanciatore sul  $\Delta V$  di missione, conviene ragionare in termini di  $C_d$  del razzo piuttosto che di forza di drag. In questo modo, lo studio aerodinamico del veicolo durante il lancio è indipendente dalla traiettoria che verrà scelta, in quanto inserendo in input la funzione  $C_d(M)$ , la forza aerodinamica può essere integrata lungo il percorso a partire da essa.

Il  $C_d$  è infatti definito come la forza di resistenza aerodinamica normalizzata rispetto alla pressione dinamica  $q$  e ad un'area di riferimento. Tale area di riferimento dipende da caso a caso, solitamente si utilizza quella frontale del corpo.

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_{ref}}$$

Il calcolo accurato del  $C_d$  al variare del numero di Mach è un'operazione complessa che richiederebbe l'uso di software di fluidodinamica computazionale e ingenti risorse, ma per una prima stima da incorporare nel processo multidisciplinare di definizione di un concept in fase di progetto concettuale possono essere sviluppati con ottimi risultati modelli matematici semplificati. In particolare, quanto segue è il risultato dell'applicazione di un modello appositamente studiato per l'avamprogetto aerodinamico di piccoli lanciatori, pubblicato nella reference [16].

Il lanciatore viene segmentato in geometrie notevoli, per ciascuna delle quali si stima il contributo al  $C_d$  totale, il quale risulta essere dato dalla somma dei singoli contributi scalati rispetto alla stessa area di riferimento. Infatti è necessario che tutti i coefficienti di resistenza (essendo forze normalizzate) siano riferiti alla stessa superficie di riferimento per ottenere dati coerenti. Si avrà quindi che:

$$C_{d_i} = \sum_1^N \frac{A_i}{A_{ref}} C_{d_i}$$

Dove  $N$  è il numero di segmenti in cui si è suddiviso il lanciatore,  $C_{d_i}$  il coefficiente di resistenza dell' $i$ -esimo segmento,  $A_i$  l'area di riferimento rispetto alla quale si è calcolato tale coefficiente di resistenza e infine  $A_{ref}$  l'area di riferimento rispetto alla quale s'intende normalizzato il  $C_d$  complessivo del lanciatore (ovvero l'area frontale complessiva).

I metodi su cui si basa il modello sono linearizzati, perciò può essere ritenuto valido il principio di sovrapposizione degli effetti. Il  $C_{d_i}$  di ogni segmento è calcolato tenendo presente i diversi contributi alla drag totale: *pressure drag*  $C_{d_p}$ , *friction drag*  $C_{d_f}$  e *base drag*  $C_{d_b}$ . Tali contributi vengono valutati separatamente e poi sommati insieme, scalandoli ancora una volta, alla stessa area di riferimento. A seconda delle metodologie adottate infatti, le formule forniscono valori del  $C_d$  normalizzati rispetto all'area frontale (es.  $C_{d_{pressione}}$ ) oppure all'area bagnata del componente (es.  $C_{d_{friction}}$ ).

$$C_d = C_{d_p} + C_{d_f} + C_{d_b}$$

Il modello prevede l'impiego di 4 geometrie fondamentali: *nose cones* (sono implementate le equazioni per diverse tipologie di nose cones utilizzabili) *stage cilindrici*, *negative transitions* e *positive transitions*. La geometria complessiva è data da una somma di queste 4 di base, come mostrato in figura D.1a. Per ciascuna delle differenti geometrie notevoli, le equazioni utilizzate per la stima dei coefficienti di resistenza sono diverse.

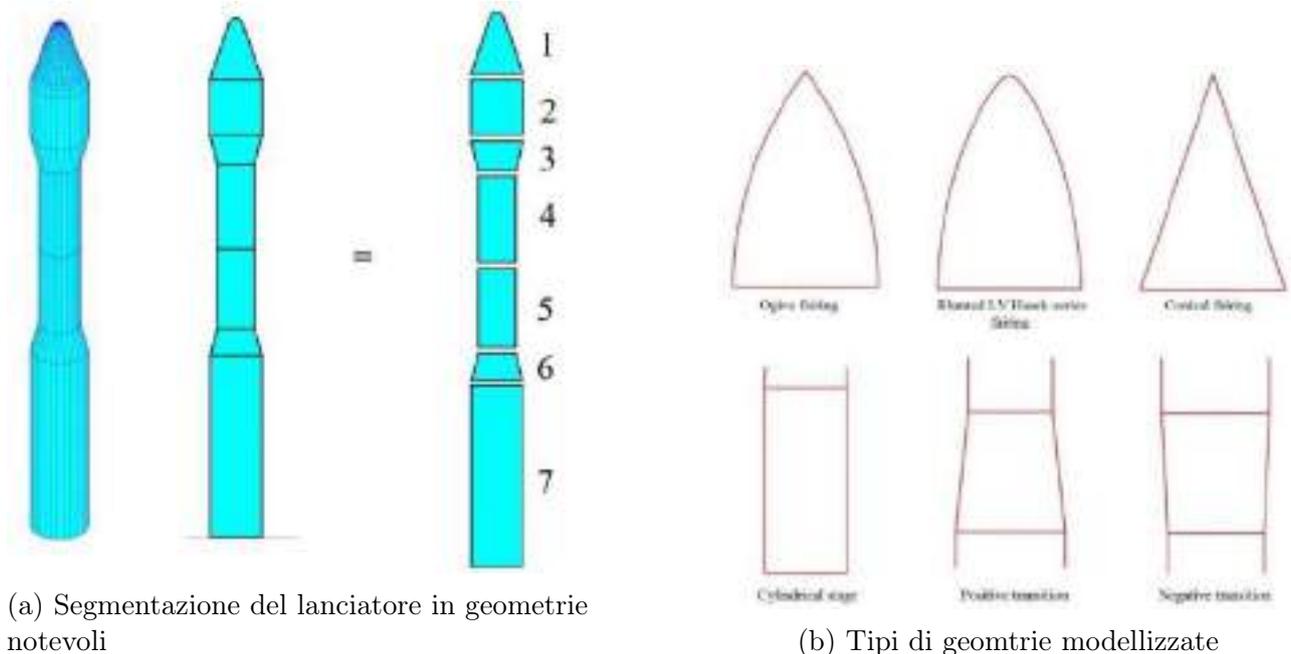


Figura D.1

## D.1 Coefficiente di Resistenza di Attrito

La resistenza d'attrito è dovuta agli effetti viscosi che agiscono sulla superficie del lanciatore. In [2], basandosi su una analogia con la lamina-piana, l'autore propone alcune formule matematiche con le quali è possibile stimare il coefficiente di resistenza d'attrito a parete al variare del numero di Mach e del numero di Reynolds.

$$C_{d_f} = \begin{cases} C_f \cdot (1 - 0.1M^2) & \text{se } M \leq 0.8; \\ \frac{C_f}{(1+0.15M^2)^{0.58}} & \text{se } M > 0.8; \end{cases}$$

Dove il coefficiente di skin friction  $C_f$  può essere modellizzato come segue:

$$C_f = \begin{cases} \frac{0.664}{\sqrt{Re}} & \text{se } Re \leq 5 \cdot 10^5; \\ \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2.58}} - \frac{1700}{Re} & \text{se } 5 \cdot 10^5 < Re \leq Re_{S,crit}; \\ 0.032 \cdot \left(\frac{R_s}{L}\right)^{0.2} & \text{se } Re > Re_{S,crit} \end{cases}$$

Dove  $R_s$  è la rugosità superficiale. La reference [2] presenta un database di rugosità tra le quali per il prosieguo delle valutazioni del caso di studio, si è scelta quella della vernice aeronautica;  $L$  è la lunghezza del lanciatore; Il numero di Reynolds  $Re_{S,crit}$  è il numero di Reynolds una volta superato il quale si entra in regime di "alto" turbolento, ovvero, la rugosità superficiale non è più all'interno dello strato limite completamente sviluppato: in tali condizioni ci si aspetta una resistenza d'attrito superiore. Esso è definito come:

$$Re_{S,crit} = 51 \cdot \left(\frac{R_s}{L}\right)^{-1.039}$$

Per calcolare la resistenza d'attrito di ogni segmento del lanciatore, si è quindi moltiplicato per l'area bagnata di ciascuna sezione.

## D.2 Coefficiente di Resistenza di Pressione

La resistenza di pressione nasce dove il flusso è forzato a modificare il suo percorso ed è quindi di interesse di 3 delle 4 geometrie notevoli (per il cilindro si considera  $C_{d_p}$  nullo in quanto il flusso scorre parallelamente ad esso indisturbato). Il modello implementato tiene conto

degli effetti delle onde d'urto in maniera ragionevolmente accurata, ma sarà poi necessario nelle future iterazioni del progetto investigare tali fenomeni in maniera più approfondita.

## Ogiva

Come preannunciato, sono state implementate equazioni per la stima del  $C_{d_p}$  per 4 diverse tipologie di forma dell'ogiva, selezionate tra quelle più diffuse.

Per l'**ogiva conica** di angolo di semi-apertura  $\phi$ , i risultati riportati nella reference [11] sono stati applicati:

$$C_{d_p} = \begin{cases} 0.8 \cdot \sin \phi^2 & \text{se } M \leq 0.8; \\ \sin \phi & \text{se } M = 1; \\ 2.1 \cdot \sin \phi^2 + 0.5 \frac{\sin \phi}{\sqrt{M^2 - 1}} & \text{se } M \geq 1.3 \end{cases}$$

Per ogni altro valore del numero di Mach, il  $C_{d_p}$  è stato calcolato tramite una interpolazione dei dati precedenti utilizzando una spline, in modo da avere continuità fino alle derivate seconde [18].

Per l'**ogiva ellittica** si può considerare trascurabile il coefficiente di resistenza di pressione in regime subsonico, mentre in regime transonico e supersonico è possibile calcolarlo a partire dai risultati ricavati per l'ogiva conica, corretti utilizzando un coefficiente  $\kappa$  che dipende dalla forma dell'ellisse considerata ( $\kappa = 1$  per l'ogiva tangente, e valori compresi tra 0 e 1 per l'ogiva secante):

$$C_{d_p} = (0.72 \cdot (\kappa - 0.5)^2 + 0.82) \cdot C_{d_{cono}}$$

Per quanto riguarda le ogive appartenenti alla famiglia delle **Haack-Series**, modelli analitici non possono essere ricavati da analogie con casi teorici e quindi un approccio di tipo semi-empirico è necessario. Sono stati analizzati i dati relativi ad ogive di *fitness ratio* pari a 3 raccolti nel relativo catalogo NASA [21]. Per poter espandere il modello ad ogive di *fitness ratio* diverso da quello i cui risultati sono nel catalogo, gli autori hanno proposto il seguente modello.

Definito il *fitness ratio* come:

$$f_N = \frac{L_{fairing}}{D_{fairing}}$$

E' possibile stimare il  $C_{d_p}$  di un'ogiva di  $f_N = 0$  dai dati per un *blunt cylinder*, per il quale il coefficiente di drag di pressione è proporzionale alla pressione ristagno [10]:

$$C_{d_p, f_N=0} = 0.85 \cdot \frac{q_s}{q}$$

$$\frac{q_s}{q} = \begin{cases} 1 + \frac{M^2}{4} + \frac{M^4}{40} & \text{se } M \leq 1; \\ 1.84 - \frac{0.76}{M^2} + \frac{0.166}{M^4} + \frac{0.035}{M^6} & \text{se } M > 1 \end{cases}$$

Disponibili i dati per  $f_N = 0$  e  $f_N = 3$ , è possibile utilizzarli per ottenere stime del  $C_{d_p}$  per altri valori del *fitness ratio*:

$$C_{d_p} = \frac{a}{(f_N + 1)^b}$$

Dove:

$$\begin{cases} a = C_{d_p, f_N=0} \\ b = \log_4 \left( \frac{C_{d_p, f_N=0}}{C_{d_p, f_N=3}} \right) \end{cases} .$$

Per tener conto della forma arrotondata del bordo d'attacco (necessaria nelle applicazioni reali per contenere i flussi di calore, proporzionali alla curvatura nel bordo d'attacco) si introduce un *Bluntness Ratio* definito come:

$$B_r = \frac{R_{nose}}{R_{fairing}}$$

Si avrà quindi che:

$$C_{d_p,blunt} = C_{d_p,sharp} \cdot F_{c,r}$$

$$F_{c,r} = 1 - 0.16 \cdot B_r + 4.6 \cdot B_r^2$$

L'introduzione di un *bluntness ratio* incrementa il coefficiente di resistenza rispetto al caso sharp. E' quindi necessario mantenere il suo valore sotto un treshold ottimale del 15%, come riportato in letteratura [6].

### Positive Transitions

Il coefficiente di resistenza di pressione può essere calcolato mediante una analogia con il fairing conico, che è già stato investigato.

### Negative Transitions

Nel caso di regioni in cui si raccordano diametri maggiori a diametri minori, dove il flusso espande, il coefficiente di pressione viene calcolato come segue:

$$C_{d_p} = \beta \cdot \frac{A_{fore}}{A_{aft}} \cdot C_{d_b,aft} \cdot \begin{cases} 1 & \text{se } \sigma \leq 1; \\ \frac{3-\sigma}{2} & \text{se } 1 < \sigma \leq 3; \\ 0 & \text{se } \sigma > 3 \end{cases}$$

Dove:

$$\sigma = \frac{length}{d_{fore} - d_{aft}}$$

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{se } M \leq 0.8; \\ 1 & \text{se } M > 0.8 \end{cases}$$

Mentre  $C_{db,aft}$  è la drag di base equivalente della porzione a valle della transizione.

### D.3 Coefficiente di Resistenza di Base

Si tratta del contributo alla drag più difficile da modellare, in quanto nel caso di un lanciatore la scia è riempita dai getti dei motori, difficilmente modellizzabili a priori. Gli autori dell'articolo di riferimento interpolando diversi metodi proposti in altre delle references riportate hanno proposto un modello i cui risultati sono qui sotto riportati:

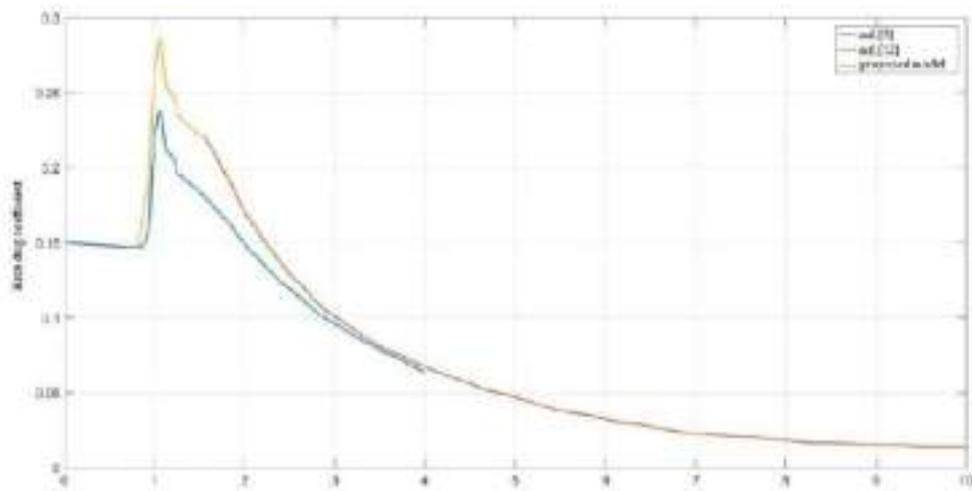


Figura D.2: Coefficiente di Resistenza di Base al variare del numero di Mach

La stessa modellizzazione semi-empirica è stata quindi implementata nello script Matlab da noi sviluppato, concludendo così il calcolo dei diversi contributi alla drag.

Infine, tutti i contributi sono stati scalati alla stessa area di riferimento e poi sommati scalando di nuovo rispetto all'area frontale totale del lanciatore, ottenendo così una stima del  $C_d$  per ogni valore del Mach di input.

# Bibliografia

- [1] Mohamed El Alaoui. *FUZZY TOPSIS Logic, Approaches, and Case Studies*. 2021.
- [2] James S. Barrowman. *The Practical Calculation of the Aerodynamic Characteristics of Slender Finned Vehicles*. Rapp. tecn. Mar. 1967.
- [3] Ivano Billi. “Preliminary discussion cost for a RLV”. Politecnico di Torino, 2021.
- [4] ... Cara G.Kolb. “An Investigation on the suitability...” In: *SN Applied Sciences* (29 Giugno 2021).
- [5] Lorenzo Casalino. *Propulsione Spaziale*. 2021.
- [6] E. Fleeman. *Tactical Missile Design, Second Edition (AIAA Education)*. 1965.
- [7] Peenemünde G.R.Eber. “”Experimentelle Untersuchung der Bremstemperatur und des Wärmeüberganges an einfachen Körpern bei Überschallgeschwindigkeit”.
- [8] Oscar Biblarz George P. Sutton. *Rocket Propulsion Elements*. 2017.
- [9] Dansk Amatør Raket Klub Hans Olaf Toft. “Simplified aerodynamic heating of rockets”. 2014.
- [10] S. F. Hoerner. *Fluid-dynamic drag*. 1965.
- [11] BUREAU OF NAVAL WEAPONS WASHINGTON DC. I I Glass J G Hall. *Handbook of supersonic aerodynamics, Section 8, Bodies of revolution*. Dic. 1959.
- [12] Aditya Iyer e Anjali Pant. “A REVIEW ON NOSE CONE DESIGNS FOR DIFFERENT FLIGHT REGIMES”. In: 2020.
- [13] Dietric Koelle. *Handbook of cost engineering for transportation system*. 2007.
- [14] D.Cebon M.Ashby H.Shercliff. *Materiali-Dalla scienza alla progettazione ingegneristica*. Casa editrice Ambrosiana, 2013.
- [15] Dénise Meloni. “I razzi riutilizzabili di SpaceX sono veramente più economici?” In: *RECOM MAGAZINE* (Ottobre, 2020).
- [16] Alexandru-Iulian Onel et al. “Drag coefficient modelling in the context of small launcher optimisation”. In: *INCAS BULLETIN* 10 (dic. 2018), pp. 103–116. DOI: [10.13111/2066-8201.2018.10.4.10](https://doi.org/10.13111/2066-8201.2018.10.4.10).
- [17] Matthew P. Richardson e Dominic W.F. Hardy. “Economic Benefits of Reusable Launch Vehicles for Space Debris Removal”. In: *68th International Astronautical Congress, Adelaide, Australia* (September 25–29, 2017).
- [18] N. Sampo. “OpenRocket technical documentation”. In: *available at [www.openrocket.info](http://www.openrocket.info)* (2013).
- [19] NASA scientific e technical information. “Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders-NASA/SP-8007-2019 (REV)”. In: *NASA STI Report Series* (September 2019 – second revision).

- [20] Gary A. Crowell Sr. *THE DESCRIPTIVE GEOMETRY OF NOSE CONES*. [https://www.nakka-rocketry.net/articles/Descriptive\\_Geometry\\_Nosecones\\_Crowell\\_1996.pdf](https://www.nakka-rocketry.net/articles/Descriptive_Geometry_Nosecones_Crowell_1996.pdf).
- [21] W. Stoney. *Collection of Zero-Lift Drag Data on Bodies of Revolution from Free-Flight Investigations*. Rapp. tecn. 1961.
- [22] G.V. Rao V. Ramamurti S. Rajarajan. “Elastic response of a typical CFRP payload fairing due to separation impulse”. In: *Composite Structures* 45 10 (1999), pp. 147–154.
- [23] O. Chazot Z. Ilich G. Grossir. “Evaluation of the Stagnation-Point Velocity Gradient in Low-Enthalpy Hypersonic Flows”. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (giu. 2017).

# Elenco delle figure

2.1	Base statistica . . . . .	3
2.2	Andamenti statistici . . . . .	3
3.1	Massa del lanciatore e manetta . . . . .	6
3.2	Resistenza e pressione aerodinamica . . . . .	6
3.3	Flight path angle e velocità . . . . .	7
3.4	Traiettoria di lancio . . . . .	8
3.5	Profilo di accelerazione della spinta . . . . .	8
3.6	Suddivisione $\Delta V$ di missione . . . . .	9
3.7	Visualizzazione dell'angolo di phasing $\psi$ . . . . .	10
6.1	Confronto modulo di Young - prezzo per unità di volume per i metalli selezionati	23
6.2	Confronto modulo di Young - limite elastico per i metalli selezionati . . . . .	24
6.3	Confronto densità - modulo di Young per i metalli selezionati . . . . .	24
6.4	Sezioni irrigidimenti longitudinali . . . . .	25
6.5	Sezioni irrigidimenti circonferenziali . . . . .	25
6.6	Grafici degli andamenti della massa strutturale e del carico critico per diversi set di irrigidimenti . . . . .	27
6.7	$\Delta\gamma$ al variare delle condizioni di pressione interna e geometria . . . . .	28
6.8	Carico critico di buckling al variare del numero d'onda . . . . .	29
6.9	Risultati ottimizzazione . . . . .	30
6.10	Confronto risultati . . . . .	31
6.11	Immagini dei tre modi con minor deformazione alla base . . . . .	33
6.12	Nodi RBE2 agli estremi ed RBE3 coincidente con il baricentro . . . . .	34
6.13	Forza in assi corpo in funzione del tempo . . . . .	34
6.14	Risultati Inertial Relief . . . . .	35
6.16	Risultati Inertial Relief . . . . .	36
6.17	Schema lanciatore per analisi dinamica . . . . .	36
7.1	$C_d$ del lanciatore completo e delle sue principali componenti al variare del numero di Mach . . . . .	39
7.2	. . . . .	40
7.3	. . . . .	40
7.4	. . . . .	41
7.5	. . . . .	41
7.6	Andamento a Mach 0.5 . . . . .	42
7.7	Zoom Mach 0.5 . . . . .	42
7.8	Confronto Modello - Risultati al CFD . . . . .	43

7.9	Prestazioni delle diverse geometrie di ogive in diversi campi di moto: 1: Superiore; 2: buono; 3: discreto; 4: Inferiore . . . . .	45
7.10	. . . . .	46
7.11	. . . . .	47
7.12	Andamento Flusso di Calore in funzione della Quota . . . . .	50
8.1	Andamento della maggiorazione relativa in propellente del primo stadio per configurazioni riutilizzabili . . . . .	55
8.2	Andamento dell'aumento di lunghezza del primo stadio per configurazioni riutilizzabili . . . . .	55
8.3	Avanzamento della cricca . . . . .	58
9.1	Modello CAD 3D. . . . .	60
9.2	Confronto con i competitors. . . . .	60
A.1	Diagramma di corpo libero . . . . .	64
B.1	Sistema di riferimento NASA SP8007 . . . . .	67
C.1	Definizione delle masse per staging seriale (sinistra) e parallelo (destra) . . . . .	70
D.1	. . . . .	75
D.2	Coefficiente di Resistenza di Base al variare del numero di Mach . . . . .	80

# Elenco delle tabelle

2.1	Statistica lanciatori . . . . .	2
3.1	Sito di lancio e orbite . . . . .	4
3.2	$\Delta V$ Budget . . . . .	5
4.1	Modelli Booster candidati . . . . .	12
4.2	Motori candidati - First Stage . . . . .	13
4.3	Motori candidati - Upper Stages . . . . .	13
4.4	Risultati ottimizzazione . . . . .	15
4.5	Configurazione scelta . . . . .	15
4.6	Dettagli configurazione scelta . . . . .	15
4.7	Confronto fra portate motore al funzionamento del lanciatore e a progetto . . .	17
4.8	Tabella di confronto delle dimensioni ugelli . . . . .	17
5.1	Crisp . . . . .	19
5.2	Risultati dell'analisi TOPSIS . . . . .	21
6.1	Range delle dimensioni delle sezioni . . . . .	26
6.2	Dimensioni delle sezioni degli irrigidimenti . . . . .	30
6.3	Configurazione dei modi di buckling . . . . .	31
6.4	Condizioni di carico considerate . . . . .	34
6.5	Risultati Inertial-Relief . . . . .	35
6.6	Masse e rigidezze del modello dinamico a 5 DOF . . . . .	37
7.1	Confronto puntuale modello - CFD . . . . .	43
8.1	Confronto tra i costi di un lancio e di 5 . . . . .	52
8.2	Numero di cicli in relazione il $\Delta\sigma$ applicato . . . . .	57
9.1	Dimensioni generali del lanciatore. . . . .	59
9.2	Masse principali e GLOM . . . . .	59